MODELAGEM, CONTROLE E SIMULAÇÃO HARDWARE-IN-THE-LOOP DE UM MÍSSIL COM VÔO RASANTE À SUPERFÍCIE DO MAR

Fernando Antonio Almeida Coelho

DISSERTAÇÃO SUBMETIDA AO CORPO DOCENTE DA COORDENAÇÃO DOS PROGRAMAS DE PÓS-GRADUAÇÃO DE ENGENHARIA DA UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO DE JANEIRO COMO PARTE DOS REQUISITOS NECESSÁRIOS PARA A OBTENÇÃO DO GRAU DE MESTRE EM CIÊNCIAS EM ENGENHARIA ELÉTRICA.

Aprovada por:

Prof. Fernando Cesar Lizarralde, D.Sc

Prof. Ramon Romankevicius Costa, D.Sc

Dr. José Vicente Calvano, D.Sc

RIO DE JANEIRO, RJ - BRASIL

JUNHO DE 2007

COELHO, FERNANDO ANTONIO ALMEIDA

Modelagem, Controle e Simulação Hardware-in-The-Loop de um Míssil com Vôo Rasante à Superfície do Mar [Rio de Janeiro] 2007

IX, 96 p. 29,7 cm (COPPE/UFRJ, M.Sc., Engenharia Elétrica, 2007)

Dissertação - Universidade Federal do Rio de Janeiro, COPPE

1. Controle de Atitude
2. Simulação
3. Modelagem de Mísseis
4. Unidade de Medidas Inerciais
5. Hardware-in-the-Loop

I. COPPE/UFRJ II. Título (série)

Agradecimentos

Agradeço à minha esposa Olandina e minha filha Jéssica, ao meu orientador Prof. Lizarralde, aos amigos do LabSIn, Marcos, Pedro, Alexandre Coser, Gutemberg e aos meus chefes navais, em especial aos CMG(EN) Deiana e CMG(EN) Baggio, sem o apoio dos quais esta dissertação não teria sido possível.

Resumo da Dissertação apresentada à COPPE/UFRJ como parte dos requisitos necessários para a obtenção do grau de Mestre em Ciências (M.Sc.)

MODELAGEM, CONTROLE E SIMULAÇÃO HARDWARE-IN-THE-LOOP DE UM MÍSSIL COM VÔO RASANTE À SUPERFÍCIE DO MAR

Fernando Antonio Almeida Coelho

Junho/2007

Orientador: Fernando Cesar Lizarralde

Programa: Engenharia Elétrica

Esta dissertação considera o problema do controle de vôo rasante à superfície do mar de um míssil antinavio. Um modelo dinâmico, com seis graus de liberdade, de um míssil com controle de cauda é apresentado, levando em consideração os principais efeito aerodinâmicos e da propulsão. Este modelo é utilizado para avaliar, via simulação, diferentes estratégias de controle.

Neste trabalho é proposta, também, uma metodologia para a determinação dos parâmetros aerodinâmicos do modelo, baseada em fórmulas semi-empíricas obtidas em ensaios em túnel de vento.

O modelo também é utilizado para implementar um método de avaliação usando simulação tipo hardware-in-the-loop. Nesta simulação, é utilizada uma mesa inercial de dois graus de liberdade e as informações de atitude no plano longitudinal são medidas a partir de uma Unidade de Medidas Inerciais (UMI), enquanto os demais subsistemas do míssil são simulados em um computador digital. Esta estrutura hardware-in-the-loop serve para ilustrar e avaliar a robustez dos esquemas de controle propostos neste trabalho.

Abstract of Dissertation presented to COPPE/UFRJ as a partial fulfillment of the requirements for the degree of Master of Science (M.Sc.)

MODELING, CONTROL AND HARDWARE-IN-THE-LOOP SIMULATION OF A MISSILE FLYING IN SEA-SKIMMING

Fernando Antonio Almeida Coelho

June/2007

Advisor: Fernando Cesar Lizarralde

Department: Electrical Engineering

This thesis considers the problem of sea-skimming control of an anti-ship missile. A six degrees of freedom (6DOF) dynamic modeling of a tail controlled missile is presented, taking into account the principals aerodynamics and propulsion effects. This model is used for validation of the distinct control strategies by simulation.

This thesis also proposes a methodology for determination of the aerodynamics parameters of the model, based on semi-empirical formulas obtained on vent tunnel experiments.

The model is also used to implement a hardware-in-the-loop simulation to evaluate the robustness and validate the controls strategies proposed. In this simulation, a two degree of freedom mobile platform is used and the longitudinal attitude movements are sensed by an Inertial Measurements Unit (IMU), while the other subsystems of the missile are simulated on a digital computer.

Conteúdo

Lista de Figuras

Capítulo 1

Introdução

Mesmo passados mais de 60 anos desde o fim da Segunda Guerra Mundial, quando os primeiros mísseis foram criados, o problema de controle de mísseis continua atual, não só em razão das técnicas de defesa contra estas armas estarem cada vez mais apuradas, o que requer novos métodos de ataque furtivos, mas também pela característica intrínseca de não-linearidade e variância no tempo da dinâmica desses veículos.

Os navios de guerra modernos são verdadeiras fortalezas flutuantes, dotados de recursos passivos e ativos de defesa, como radares, sensores de infravermelho, canhões de tiro rápido e mísseis anti-mísseis. Penetrar estas barreiras requer medidas furtivas de ataque, portanto, os mísseis antinavio precisam ser capazes de:

- navegar a maior parte do tempo sem utilizar emissões radares, que seriam detectadas pelo alvo;
- realizar vôo rasante à superfície do mar, para evitar serem detectados pelos radares do alvo; e
- realizar manobras rápidas e aleatórias, principalmente na fase final de vôo, como forma de esquivar-se de canhões e mísseis de defesa antiaérea e de não delatar a posição da unidade que lançou o ataque.

O estado-da-arte dos mísseis antinavio, representado principalmente pelo míssil Francês, Exocet, e o Americano, Harpoom, adota como medidas furtivas (MBDA-Systems 2007):

- Unidade de Medias Inerciais (UMI) auxiliada por GPS para navegar na maior parte do tempo de vôo, utilizando seu radar ativo somente nos instantes finais;
- radar-altímetro que lhes permitem voar em baixas altitudes, que vão de 30m no início, a 3m na fase final de vôo; e
- técnicas de controle modernas que lhes permitem realizar vôos aleatórios na fase final, sem perder a estabilidade.

1.1 Propósito deste Trabalho

Esta dissertação tem como propósitos principais:

- Desenvolver e validar um modelo, com seis graus de liberdade, de um míssil antinavio com características físicas semelhantes às dos mísseis antinavio atualmente em uso;
- Calcular os coeficientes aerodinâmicos e demais parâmetros do modelo de modo a obter um padrão para avaliação de diferentes técnicas de controle;
- Implementar um controle de vôo rasante à superfície do mar auxiliado por rádio-altímetro; e
- Implementar uma simulação *hardware-in-the-loop*, utilizando medidas reais obtidas de uma UMI de estado sólido, enquanto os demais subsistemas são simulados em um computador digital.

1.2 Metodologia Empregada

Para a consecução dos propósitos descritos na seção 1.1, a seguinte metodologia foi adotada.

Primeiramente foi feita uma revisão bibliográfica sobre modelagem de mísseis, tendo este trabalho dividido-se em três partes: modelagem da dinâmica de corpos rígidos, modelagem da aerodinâmica e modelagem da propulsão.

Em seguida o estudo concentrou-se em pesquisar técnicas de controle aplicáveis a autopilotos de mísseis para que se pudesse testar algumas dessas técnicas.

Foi preciso encontrar uma forma de calcular os valores para os parâmetros das equações do modelo, de modo que se pudesse realizar as simulações para avaliação dos controladores propostos. O míssil antinavio Exocet MM40 foi escolhido como padrão (*bench-mark*). Realizou-se então uma pesquisa na Internet, para definição das dimensões físicas de mísseis antinavio, necessárias para o cálculo dos parâmetros das equações do modelo.

Os coeficientes aerodinâmicos eram parte importante do modelo e precisavam ser estimados, sem a necessidade de se realizar ensaios em túneis de vento, que estavam fora de alcance do estudo. Foram então buscados relatórios do antigo *National Advisory Committee for Aeronautics* (NACA), mais tarde transformado na conhecida agência espacial americana, NASA, que estabeleciam fórmulas e ábacos para o cálculo dos coeficientes aerodinâmicos de diversos perfis de asas e corpos, baseados em métodos semi-empíricos.

Para validação dos modelos, foram pesquisados pacotes para o *Simulink* para simulação de veículos aéreos. Foi escolhido o (AeroSim 2007), que possui blocos prontos para simulação de toda a dinâmica de aeronaves. Foi preparado, então, um arquivo com os parâmetros físicos e coeficientes aerodinâmicos calculados, que foi utilizado para realizar as primeiras simulações de validação dos autopilotos.

Por fim, para a implementação da simulação *hardware-in-the-loop*, resolveu-se aproveitar a estrutura existente no Laboratório de Sistemas Inerciais do Instituto de Pesquisas da Marinha, que utiliza uma mesa simuladora de movimentos controlada por programas executados em um sistema operacional de tempo real (QNX). Assim, foram estudadas as ferramentas de simulação em tempo real disponíveis no QNX, como a aplicação de *threads*, *clocks* de tempo real, troca de mensagens entre processos, barreiras, *mutex*, etc.

1.3 Estrutura da Dissertação

No Capítulo 2 desta dissertação é feita a modelagem dinâmica, aerodinâmica e da propulsão do míssil, enquanto que os valores dos coeficientes aerodinâmicos, momentos

de inércia e outros parâmetros são calculados no Capítulo 3, baseados nas dimensões físicas e nas condições de vôo de um míssil antinavio definido.

No Capítulo 4, o modelo é linearizado para aplicação de técnicas de controle de sistemas lineares. Duas técnicas de controle foram implementadas: PID - conforme apresentado em (Franklin, Powell & Enami-Naeini 2002); e controle ótimo LQR. Alguns resultados de simulações realizadas no *Simulink* são apresentados neste capítulo.

O Capítulo 5 apresenta uma implementação para simulação tipo *hardware-in-the-loop*, em que são utilizadas medidas reais de atitude, obtidas de uma UMI de estado sólido, enquanto os demais subsistemas são simulados em um computador digital com um sistema operacional de tempo real. Nesta simulação, os ângulos de arfagem experimentados pelo míssil foram reproduzidos em uma mesa simuladora de movimentos, onde estava instalado o sensor de atitude.

Capítulo 2

Modelagem da Dinâmica do Míssil

Alguns textos recentes têm utilizado modelos de mísseis para estudo de diferentes técnicas de controle (vide (Choi & Chwa 2000), (Chwa & Choi 2000), (Das, Garai, Mukhopadhyay & Patra 2004) e (Devaud, jean Philippe Harcaut & Siguerdidjane 2001)). Estes modelos, entretanto, apesar de referirem-se a mísseis com controles de cauda como os mísseis antinavio pesquisados, são do tipo *skid-to-turn*, aplicam-se, portanto, a mísseis de menor porte, como os antiaéreos. Além disso, os valores dos parâmetros destes modelos, ou não são apresentados, ou não estão relacionados às grandezas físicas dimensionais dos respectivos mísseis, de modo que não permitem aplicação para fins mais práticos como o projeto ou a avaliação da dinâmica de um míssil em particular.

Este trabalho, então, apresenta uma metodologia completa da modelagem, inclusive com os cálculos dos coeficientes aerodinâmicos, para que se possa aplicar a um míssil escolhido para estudo.

2.1 Dinâmica de Corpos Rígidos

Em geral, para efeitos da dinâmica, um míssil pode ser modelado como uma aeronave de asa fixa miniaturizada. O que diferencia um míssil de outros veículos aéreos é o fato de ser não-tripulado e de portar uma carga útil explosiva. Esta definição, entretanto, ainda não estaria completa pois uma bomba teleguiada poderia se encaixar nesta descrição. O fato do míssil ser autopropulsado, então, é que o diferencia deste último artefato bélico.

Levando em conta estas premissas, pode-se aproveitar para um míssil, a modelagem que se aplica a aeronaves de asa fixa em geral. Os mísseis antinavio de interesse possuem ainda algumas particularidades:

- Perfis simétricos, e iguais entre si, em torno dos planos horizontal e vertical, o que permite simplificar as equações da dinâmica, no tocante à matriz de inércia;
- propulsão a foguete de combustível sólido, sendo um estágio de aceleração que queima por algumas unidades de segundos, levando o míssil rapidamente à sua velocidade de cruzeiro (MACH 0,9), e um estágio de sustentação que mantém esta velocidade praticamente constante durante o vôo, o que torna o regime de vôo e, conseqüentemente, os coeficientes aerodinâmicos constantes, ou com pequenas variações; e
- vôo próximo à superfície do mar, que torna os efeitos aerodinâmicos invariantes em função da densidade do ar.

Apesar destas características, o míssil ainda mantém-se não-linear, como em todos dos modelos dinâmicos de corpos rígidos, e variante no tempo, pois perde massa à medida que queima o grão propelente do motor. Além disso, o fato destes mísseis serem lançados de uma plataforma instalada em um navio em movimento, de acordo com o estado do mar, faz com que as condições iniciais de seus estados sejam bastante adversas, dificultando a estabilização após o lançamento. Soma-se a isto, também, o fato da dinâmica destes mísseis possuir fase não-mínima, pois eles são do tipo "rabeia para guinar" (*tail-to-turn*), já que utilizam superfícies de controle, localizadas à ré, para manter a cauda abaixada em relação ao nariz, de modo a permitir que o vento relativo agindo em todo o seu corpo gere a força aerodinâmica de sustentação do seu peso. Esta técnica permite obter maior sustentação com reduzidas dimensões de suas asas, o que reduz a sua superfície reta radar, tornando o míssil menos visível pelo radar do navio alvo.

Os principais efeitos da perda de massa, devida à queima do foguete propulsor, em geral negligenciados nos modelos encontrados na literatura, serão levados em conta nesta modelagem. Esta variação de massa reflete nos seguintes aspectos do modelo:

- movimenta o centro de massa, o que ocasiona aumento do braço de torque das

forças aerodinâmicas, resultando em variações dos coeficientes dos momentos aerodinâmicos;

- diminui os valores dos momentos de inércia e da massa, o que aumenta as acelerações angulares e lineares; e

- gera a força de propulsão, conforme será demonstrado na modelagem da propulsão.

É comum dividir-se o estudo da Dinâmica em duas partes: Cinemática, que trata apenas dos aspectos geométricos do movimento, e Cinética (ou simplesmente Dinâmica), que é a análise das forças causadoras do movimento. O modelo requer seis coordenadas independentes (seis graus de liberdade) para determinar a sua posição e orientação no espaço. A Tabela 2.1 mostra a notação adotada nesta dissertação.

TABELA 2.1: Notação adotada para os seis graus de liberdade

Descrição do Grau de liberdade	Força ou Torque	Velocidade Linear ou Angular	Posição Linear ou Ângulo de Orientação
Movimento longitudinal, na direção x	F_x	v_x	x
Movimento lateral, na direção y	F_y	v_y	y
Movimento vertical, na direção z	F_z	v_z	z
Movimento em torno do eixo x, rolagem	M_x	ω_x	ϕ_x
Movimento em torno do eixo y, arfagem	M_y	ω_y	ϕ_y
Movimento em torno do eixo z, guinada	M_z	ω_z	ϕ_z

2.1.1 Cinemática

Quando se analisa o movimento de aeronaves, em geral definem-se dois triedros de referência: um localizado no corpo, $X_bY_bZ_b$, que experimenta os mesmos movimentos do corpo, e um fixo à terra, $X_eY_eZ_e$, como indicado na Figura 2.1. O sistema de coordenadas fixo à terra será considerado, neste estudo, como sendo um referencial

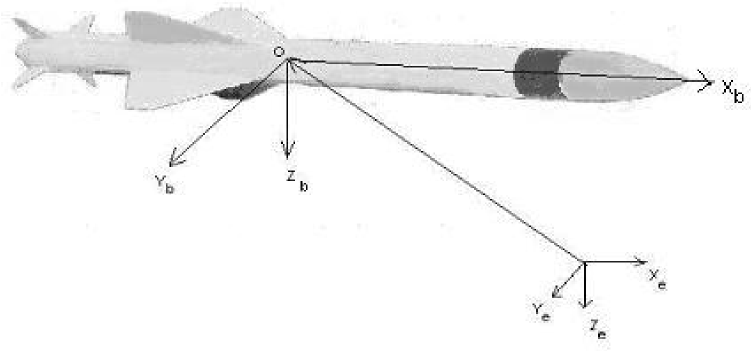


FIGURA 2.1: Triedros de referência do corpo, $X_bY_bZ_b$, e da terra, $X_eY_eZ_e$

inercial, em razão dos efeitos dos movimentos da terra poderem ser desprezados já que o veículo em estudo se destina a realizar missões de curta-duração e curto-alcance.

De modo a permitir uma escrita compacta das equações de movimento, são definidos vetores compostos pelas unidades descritas na tabela 2.1, conforme se segue:

$$\eta = \begin{bmatrix} \eta_1 \\ \eta_2 \end{bmatrix}; \eta_1 = \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}; \eta_2 = \begin{bmatrix} \phi_x \\ \phi_y \\ \phi_z \end{bmatrix}$$

$$\nu = \begin{bmatrix} \nu_1 \\ \nu_2 \end{bmatrix}; \nu_1 = \begin{bmatrix} v_x \\ v_y \\ v_z \end{bmatrix}; \nu_2 = \begin{bmatrix} \omega_x \\ \omega_y \\ \omega_z \end{bmatrix}$$

$$\tau = \begin{bmatrix} \tau_1 \\ \tau_2 \end{bmatrix}; \tau_1 = \begin{bmatrix} F_x \\ F_y \\ F_z \end{bmatrix}; \tau_2 = \begin{bmatrix} M_x \\ M_y \\ M_z \end{bmatrix}$$

O vetor de posição/orientação, η, é sempre representado no triedro fixo, enquanto que o vetor de velocidades, ν, e o de força/torque, τ, são representados no triedro do corpo. As equações cinemáticas que relacionam o triedro do corpo com o triedro fixo são (Fossen 1994)

$$\dot{\eta} = J(\eta)\nu \Leftrightarrow \begin{bmatrix} J_1(\eta_2) & 0_{3\times3} \\ 0_{3\times3} & J_2(\eta_2) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \nu_1 \\ \nu_2 \end{bmatrix} \tag{2.1}$$

Onde a matriz de transformação de coordenadas, $J_1(\eta_2)$, é facilmente deduzida a

partir da combinação das rotações elementares dadas pelos ângulos de Euler, $[\ \phi_x \quad \phi_y \quad \phi_z\ ]^T$, em torno dos eixos fixos, $X_eY_eZ_e$, respectivamente, ou seja, pré-multiplicação das matrizes de rotações elementares (Sciavicco & Siciliano 2002):

$$J_1(\eta_2) = R_{z,\phi_z} R_{y,\phi_y} R_{x,\phi_x}$$

Onde:

$$R_{z,\phi_z} = \begin{bmatrix} c\phi_z & -s\phi_z & 0 \\ s\phi_z & c\phi_z & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix};\ R_{y,\phi_y} = \begin{bmatrix} c\phi_y & 0 & s\phi_y \\ 0 & 1 & 0 \\ -s\phi_y & 0 & c\phi_y \end{bmatrix};\ R_{x,\phi_x} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & c\phi_x & -s\phi_x \\ 0 & s\phi_x & c\phi_x \end{bmatrix}$$

Sendo $c\cdot = \cos(\cdot)$ e $s\cdot = \text{sen}(\cdot)$

Portanto

$$J_1(\eta_2) = \begin{bmatrix} c\phi_z c\phi_y & -s\phi_z c\phi_x + c\phi_z s\phi_y s\phi_x & s\phi_z s\phi_x + c\phi_z c\phi_x s\phi_y \\ s\phi_z c\phi_y & c\phi_z c\phi_x + s\phi_x s\phi_y s\phi_z & -c\phi_z s\phi_x + s\phi_y s\phi_z c\phi_x \\ -s\phi_y & c\phi_y s\phi_x & c\phi_y c\phi_x \end{bmatrix} \tag{2.2}$$

Por outro lado, a matriz que relaciona as velocidades das rotações no triedro do corpo, com as velocidades das rotações no triedro fixo, é deduzida a partir da transformação de cada um dos ângulos de Euler individualmente (Fossen 1994):

$$\nu_2 = \begin{bmatrix} \dot{\phi}_x \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} + R^T_{x,\phi_x} \begin{bmatrix} 0 \\ \dot{\phi}_y \\ 0 \end{bmatrix} + R^T_{x,\phi_x} R^T_{y,\phi_y} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \dot{\phi}_z \end{bmatrix} = J_2^{-1}(\eta_2)\dot{\eta}_2$$

Portanto

$$J_2^{-1}(\eta_2) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -s\phi_y \\ 0 & c\phi_x & -s\phi_y s\phi_x \\ 0 & -s\phi_x & c\phi_y c\phi_x \end{bmatrix} \Leftrightarrow J_2(\eta_2) = \begin{bmatrix} 1 & s\phi_x t\phi_y & c\phi_x t\phi_y \\ 0 & c\phi_x & -s\phi_x \\ 0 & s\phi_x / c\phi_y & c\phi_x / c\phi_y \end{bmatrix} \tag{2.3}$$

Onde $t\cdot = \tan(\cdot)$.

Note-se que esta representação de $J_2(\eta)$ por ângulos de Euler, não têm definição para ângulos de arfagem, ϕ_y, iguais a $\pm 90^o$. Como alternativa a esta representação da orientação, há a representação por quaternion. Porém, como o míssil em estudo não trabalhará em ângulos próximos desses valores, a representação por quaternion não será objeto desse estudo.

2.1.2 Dinâmica

A Dinâmica será deduzida em etapas: primeiro relativo ao movimento de translação e depois ao movimento de rotação. Estas deduções referem-se à Segunda Lei de Newton, que trata da conservação da quantidade de movimento (momentum) linear (p_c) e angular (h_c):

$$\dot{p_c} \triangleq f_c \; ; \quad p_c = m v_c \tag{2.4}$$

$$\dot{h_c} \triangleq M_c \; ; \quad h_c = I_c \omega \tag{2.5}$$

Nestas expressões, f_c e M_c são os vetores de força e do momento referidos ao centro de massa, v_c é o vetor velocidade do centro de massa, ω é o vetor velocidade angular, m é a massa do corpo e I_c é o tensor de inércia em torno do centro de gravidade do corpo, conforme definido a seguir. O tensor de inércia do corpo, referido a um triedro fixo em um local arbitrário do corpo, com origem O, é definido por

$$I_0 \triangleq \begin{bmatrix} I_x & -I_{xy} & -I_{xz} \\ -I_{yx} & I_y & -I_{yz} \\ -I_{zx} & -I_{zy} & I_z \end{bmatrix} ; \quad I_0 = I_0^T > 0 \tag{2.6}$$

Onde I_x, I_y, I_z são os momentos de inércia em torno dos respectivos eixos e $I_{xy} = I_{yx}$, $I_{xz} = I_{zx}$ e $I_{yz} = I_{zy}$ são os produtos de inércia definidos como

$$I_x = \int_V (y^2 + z^2)\rho_m dV; \quad I_{yz} = I_{zy} = \int_V yz\rho_m dV$$
$$I_y = \int_V (x^2 + z^2)\rho_m dV; \quad I_{xz} = I_{zx} = \int_V xz\rho_m dV$$

$$I_z = \int_V (x^2 + y^2)\rho_m dV; \quad I_{xy} = I_{yx} = \int_V xy\rho_m dV$$

Com ρ_m sendo a densidade de massa do corpo e V o volume.

Outra forma usual de se definir o tensor de inércia é

$$I_0 = -\int_V r \times (r\times)\rho_m dV = \int_V (r^T r I_{3\times 3} - rr^T)\rho_m dV \tag{2.7}$$

Onde r é o vetor posição e $(r\times)$ é conhecido como a matriz de transformação equivalente ao operador produto vetorial definida por

$$(r\times) = S(r) \triangleq \begin{bmatrix} 0 & -r_z & r_y \\ r_z & 0 & -r_x \\ -r_y & r_x & 0 \end{bmatrix} \tag{2.8}$$

Assim pode-se escrever

$$I_0\omega = -\int_V r \times (r \times \omega)\rho_m dV = \int_V r \times (\omega \times r)\rho_m dV \tag{2.9}$$

Antes de estabelecer as equações de movimento, será estabelecida a seguinte expressão para a derivada temporal de um vetor qualquer, c, no referencial da terra, em relação à sua mesma derivada no referencial do corpo:

$$\dot{c} = \mathring{c} + \omega \times c \tag{2.10}$$

Com $\dot{c}$ sendo a derivada no referencial inercial (terra), $\mathring{c}$ a derivada no referencial do corpo e ω a velocidade angular do corpo. A dedução pode ser encontrada no Capítulo 1 de (Thomson 1986).

2.1.2.1 Movimento de Translação

A partir da figura 2.2 é possível escrever a expressão vetorial

$$r_c = r_0 + r_G \tag{2.11}$$

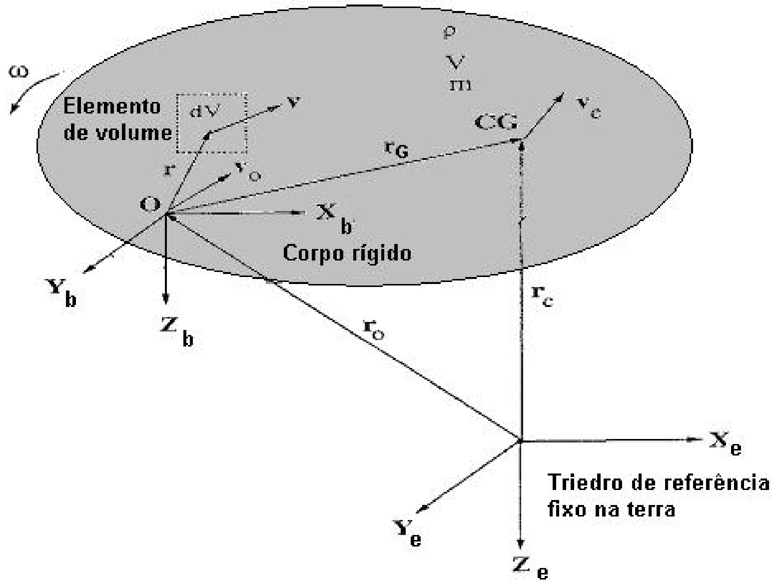


Figura 2.2: Corpo rígido com seus vetores de movimento

Derivando-se esta expressão encontra-se a velocidade do centro de gravidade

$$v_c = \dot{r_c} = \dot{r_0} + \dot{r_G} \tag{2.12}$$

Usando a expressão (2.10), obtém-se

$$v_c = v_0 + \omega \times r_G + \overset{\circ}{r_G} \tag{2.13}$$

Onde $v_0 = \dot{r_0}$.

A última parcela de (2.13) é a velocidade do centro de massa em relação ao corpo, que no caso de um míssil, ocorre devido à perda de massa pela queima do combustível do foguete propulsor. Para um motor de aceleração tipo foguete, que possui queima radial, esta velocidade é nula em relação ao próprio motor, e em relação ao míssil como um todo, será tão menor, quanto menor for a relação massa do propelente sobre massa do míssil, podendo se tornar desprezível em relação à velocidade do míssil, 0,9MACH. Para o caso de um foguete de cruzeiro, a queima é axial, porém bem mais lenta. Em ambos os casos, portanto, esta velocidade pode ser desprezada e a equação (2.13) simplifica-se para

$$v_c = v_0 + \omega \times r_G \tag{2.14}$$

Derivando mais uma vez encontra-se o vetor aceleração

$$\dot{v_c} = \dot{v_0} + \dot{\omega} \times r_G + \omega \times \dot{r_G} \tag{2.15}$$

que aplicando-se a expressão (2.10) e o fato de que $\dot{\omega} = \overset{\circ}{\omega}$ gera

$$\dot{v_c} = \overset{\circ}{v_0} + \omega \times v_0 + \dot{\omega} \times r_G + \omega \times (\omega \times r_G) \tag{2.16}$$

Substituindo esta expressão em (2.4) para massa constante

$$m \left[\overset{\circ}{v_0} + \omega \times v_0 + \dot{\omega} \times r_G + \omega \times (\omega \times r_G) \right] = f_c \tag{2.17}$$

Aqui, a parcela de força devida à variação de massa ($\dot{m} v_c$) não foi apresentada explicitamente, pois será deduzida de outra forma, em função da velocidade de ejeção dos gases do propulsor, na Seção 2.3, sendo considerada uma parcela da força externa resultante que age no míssil, f_c.

Se a origem do sistema de coordenadas do corpo é escolhido coincidindo com o centro de gravidade do veículo, tem-se $r_G = 0$, de modo que a expressão simplifica-se para

$$m(\overset{\circ}{v_0} + \omega \times v_0) = f_c \tag{2.18}$$

2.1.2.2 Movimento de Rotação

Um procedimento semelhante deve ser aplicado para deduzir-se as equações cinéticas do movimento de rotação. Por definição, a quantidade de movimento angular de um sistema de partículas (neste caso o corpo) em torno de um ponto arbitrário O é igual ao somatório dos momentos da quantidade de movimento de cada partícula, ou seja

$$h_0 \triangleq \int_V r \times v \rho_m dV \tag{2.19}$$

Diferenciando-se esta expressão com relação ao tempo obtém-se

$$\dot{h_0} = \int_V r \times \dot{v} \rho_m dV + \int_V \dot{r} \times v \rho_m dV \tag{2.20}$$

O primeiro termo do lado direito desta equação é definido como o vetor momento, M_0, da força que age no corpo, $f_c = m\dot{v_c}$:

$$M_0 \triangleq \int_V r \times \dot{v}\rho_m dV \tag{2.21}$$

Substituindo esta expressão na equação (2.20) e levando em conta o fato de que $\dot{r} = v - v_0$ (vide Figura 2.2) obtém-se:

$$\dot{h_0} = M_0 + \int_V (v - v_0) \times v\rho_m dV = M_0 - v_0 \times \int_V v\rho_m dV = M_0 - v_0 \times \int_V (\dot{r_0} + \dot{r})\rho_m dV \Rightarrow$$

$$\dot{h_0} = M_0 - v_0 \times \int_V \dot{r}\rho_m dV \tag{2.22}$$

Note-se que o termo $\int_V \dot{r}\rho_m dV$ pode ser obtido diferenciando-se a expressão da definição do centro de gravidade

$$\frac{d}{dt}\left(r_G = \frac{1}{m}\int_V r\rho_m dV\right) \Leftrightarrow m\dot{r_G} = \int_V \dot{r}\rho_m dV \tag{2.23}$$

Substituindo este resultado em (2.22) obtém-se

$$\dot{h_0} = M_0 - v_0 \times m\dot{r_G} \tag{2.24}$$

Usando o resultado (2.10) para resolver a derivada $\dot{r_G}$, podemos reescrever esta equação como

$$\dot{h_0} = M_0 - mv_0 \times (\omega \times r_G) \tag{2.25}$$

Esta expressão, diferentemente da equação (2.5), refere-se a um triedro localizado em um ponto O qualquer. Se este ponto é fixo, $v_0 = 0$, ou se este ponto coincide com o centro de gravidade, $r_G = 0$, o segundo termo da direita da equação (2.25) se anula tornando-a igual à equação (2.5). O mesmo resultado ocorre se, na equação (2.24), o centro de gravidade se move na mesma direção da origem do sistema de coordenadas, ou seja, se $\dot{r_G}$ é paralelo a v_0. Portanto, aqui também, podemos considerar o efeito do movimento do centro de massa devido à queima do propulsor como desprezível. Estudo

detalhado destes efeitos da variação de massa podem ser encontrados em ((Thomson 1986), p. 49-50 e p. 221-223).

Agora, substituindo-se na equação (2.19) o valor de $v = v_0 + \dot{r} = v_0 + (\omega \times r)$ obtém-se

$$h_0 = \int_V r \times v_0 \rho_m dV + \int_V r \times (\omega \times r) \rho_m dV \tag{2.26}$$

O primeiro termo do lado direito desta equação pode ser reescrito levando-se em conta a definição do centro de gravidade (2.23)

$$\int_V r \times v_0 \rho_m dV = \left(\int_V r \rho_m dV \right) \times v_0 = m r_G \times v_0 \tag{2.27}$$

Já o segundo termo foi definido na equação (2.9), e assim é possível reescrever (2.26) como

$$h_0 = I_o \omega + m r_G \times v_0 \tag{2.28}$$

Diferenciando esta equação com I_0 constante e aplicando o resultado (2.10) obtém-se

$$\dot{h_0} = I_o \overset{\circ}{\omega} + \omega \times (I_0 \omega) + m(\omega \times r_G) \times v_0 + m r_G \times (\overset{\circ}{v_0} + \omega \times v_0) \tag{2.29}$$

A parcela de momento devida à variação de I_0 em função da perda de massa, foi omitida na equação (2.29), pois é sempre amortecida naturalmente, desde que o raio de giro do corpo seja menor que a distância da ponta da tubeira ejetora dos gases de propulsão ao centro de massa ((Thomson 1986), p. 221-223). Esta hipótese pode ser considerada para o míssil em estudo, pois espera-se que seus movimentos de rotação ocorram em torno do centro de pressão aerodinâmica total, onde age a força de sustentação, já que o míssil é do tipo ”rabeia para guinar”. Mas é sempre desejável que o centro de pressão esteja localizado à ré do centro de gravidade, para conferir maior estabilidade estática ao míssil. Portanto, o raio de giro é a distância da tubeira ao centro de pressão, que é menor que a distância da tubeira ao centro de gravidade.

Combinando as equações (2.29) e (2.25) tem-se

$$M_0 = I_o \overset{\circ}{\omega} + \omega \times (I_0 \omega) + m r_G \times (\overset{\circ}{v_0} + \omega \times v_0) \tag{2.30}$$

Se o sistema de coordenadas do corpo coincide com o centro de gravidade, $r_G = 0$, então esta equação simplifica-se para

$$M_0 = I_o \overset{\circ}{\omega} + \omega \times (I_0 \omega) \tag{2.31}$$

2.1.3 Modelo Dinâmico Completo

As equações da dinâmica de um corpo rígido podem ser representadas numa forma mais compacta como (Fossen 1994)

$$M\dot{\nu} + C(\nu)\nu = \tau \tag{2.32}$$

Onde $\nu = [v_x, v_y, v_z, \omega_x, \omega_y, \omega_z]^T$ é o vetor das componentes de velocidades linear e angular representadas no triedro do corpo, e $\tau = [F_x, F_y, F_z, M_x, M_y, M_z]^T$ é o vetor das componentes de forças e momentos externos.

A matriz de inércia M é única e dada por

$$M = \begin{bmatrix} mI_{3\times 3} & -m(r_G \times) \\ -m(r_G \times) & I_0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} m & 0 & 0 & 0 & mz_G & -my_G \\ 0 & m & 0 & -mz_G & 0 & mx_G \\ 0 & 0 & m & my_G & -mx_G & 0 \\ 0 & -mz_G & my_G & I_x & -I_{xy} & -I_{xz} \\ mz_G & 0 & -mx_G & -I_{yx} & I_y & -I_{yz} \\ -my_G & mx_G & 0 & -I_{zx} & -I_{zy} & I_z \end{bmatrix} \tag{2.33}$$

Observe-se também que $M = M^T > 0$ e $\dot{M} \cong 0$.

Por outro lado, a matriz C, que consiste dos termos de Coriolis, $\omega \times v$, e do vetor centrípeto, $\omega \times (\omega \times r_G)$, não é única. É possível parametrizar esta matriz a partir da matriz de inércia M (Fossen 1994). Seja

$$M = \begin{bmatrix} M_{11} & M_{12} \\ M_{21} & M_{22} \end{bmatrix}$$

Então pode-se estabelecer

$$C(\nu) = \begin{bmatrix} 0_{3\times3} & -S(M_{11}\nu_1 + M_{12}\nu_2) \\ -S(M_{11}\nu_1 + M_{12}\nu_2) & -S(M_{21}\nu_1 + M_{22}\nu_2) \end{bmatrix} \tag{2.34}$$

Onde o operador vetorial $S(.)$ foi definido na Equação (2.8). Note-se que $C(\nu) = -C^T(\nu)$. Substituindo nesta equação os valores de M exibidos em (2.33) obtém-se

$$C(\nu) = \begin{bmatrix} 0_{3\times3} & -m(\nu_1\times) - m(\nu_2 \times r_G\times) \\ -m(\nu_1\times) - m(\nu_2 \times r_G\times) & m(\nu_1 \times r_G\times) - (I_0\nu_2\times) \end{bmatrix} \tag{2.35}$$

Outra forma de representação é

$$C(\nu) = \begin{bmatrix} 0_{3\times3} & -m(\nu_1\times) - m(\nu_2\times)(r_G\times) \\ -m(\nu_1\times) + m(r_G\times)(\nu_2\times) & -(I_0\nu_2\times) \end{bmatrix} \tag{2.36}$$

É comum também representar o vetor de força e torque como um somatório de forças de origens distintas, assim podemos escrever, para um veículo aéreo

$$\tau = \tau_D + \tau_g + \tau_p + \tau_\delta$$

Onde $\tau_D = -D(\nu)\nu$ são as forças e momentos aerodinâmicos com origem nos ângulos de ataque e velocidade relativa do ar, que são função do vetor de velocidades, ν; $\tau_g = -g(\eta)$ são forças de origem gravitacional; τ_p são forças e momentos da propulsão e τ_δ são forças e momentos aerodinâmicos gerados pelas superfícies de controle.

As forças gravitacionais, $g(\eta)$, são obtidas simplesmente transformando para o triedro do corpo o peso do míssil escrito no referencial da terra. Como $P = [\ 0 \quad 0 \quad mg\ ]^T$, então

$$\tau_g = -g(\eta) = \begin{bmatrix} J_1^T(\eta_2) & 0_{3\times3} \\ 0_{3\times3} & 0_{3\times3} \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} P \\ 0_{3\times1} \end{bmatrix}$$

Com $J_1(\eta_2)$ tendo sido definido em (2.2), assim

$$g(\eta) = -mg \begin{bmatrix} -s\phi_y \\ c\phi_y s\phi_x \\ c\phi_y c\phi_x \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \tag{2.37}$$

Aqui, os efeitos da altitude na gravidade são desprezados pois o míssil em estudo navega sempre em vôo rasante, ou seja, em altitudes próximas à superfície do mar. Também não há torques gerados pela força peso pois o referencial é o centro de massa.

Então a equação (2.32) pode ser reescrita da seguinte forma

$$M\dot{\nu} + C(\nu)\nu + D(\nu)\nu + g(\eta) = \tau_p + \tau_\delta \tag{2.38}$$

Esta equação é a representação completa do modelo da dinâmica de corpos rígidos. A equação da dinâmica de manipuladores robóticos assemelha-se a esta, com ν e η sendo os vetores da velocidade e posição angulares das juntas robóticas, respectivamente (Sciavicco & Siciliano 2002). A apresentação desta equação para representar a dinâmica de mísseis traz a possibilidade de aplicação de um conjunto de modernas técnicas de controle não-linear desenvolvidas para a robótica, desde que as matrizes que compõem a equação sejam conhecidas. Resta estabelecer a parametrização da matriz $D(\nu)$, em função da forças e momentos aerodinâmicos, o que é feito na Seção 2.2 e é um resultado original deste trabalho.

2.1.4 Dinâmica Simplificada

Além da localização do triedro de referência no centro de gravidade do corpo, a geometria do míssil também gera simplificações nas equações de movimento. Em geral os mísseis possuem simetria em torno dos planos horizontal $(X-Y)$ e vertical $(X-Z)$,

conforme o modelo apresentado na figura 2.1. Neste caso, as seguintes simplificações podem ser introduzidas

$$r_G = [\ 0 \quad 0 \quad 0\ ]^T$$

$$I_{xy} = I_{xz} = I_{yz} = 0$$

$$I_y = I_z$$

Então a matriz de inércia pode ser simplificada para

$$M = \begin{bmatrix} mI_{3\times3} & -m(r_G\times) \\ -m(r_G\times) & I_0 \end{bmatrix} = diag(\ m \quad m \quad m \quad I_x \quad I_y \quad I_y\ ) \tag{2.39}$$

E a matriz dos termos de Coriolis e centrípetos fica

$$C(\nu) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & mv_z & -mv_y \\ 0 & 0 & 0 & -mv_z & 0 & mv_x \\ 0 & 0 & 0 & mv_y & -mv_x & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -I_y\omega_z & 0 & I_x\omega_x \\ 0 & 0 & 0 & I_y\omega_y & -I_x\omega_x & 0 \end{bmatrix} \tag{2.40}$$

Nesta matriz, as três primeiras colunas são nulas pois o termo $-m(\nu_1\times)\nu_1 = 0$, e o fato de que $I_y = I_z$ anula a quarta linha. Ou seja, as seis equações de movimento, representadas vetorialmente em (2.32), após simplificadas podem ser escritas na seguinte forma, largamente conhecida

$$\begin{cases} m(\dot{v_x} - v_y\omega_z + v_z\omega_y) = F_x \\ m(\dot{v_y} + v_x\omega_z - v_z\omega_x) = F_y \\ m(\dot{v_z} - v_x\omega_y + v_y\omega_x) = F_z \\ I_x\dot{\omega_x} = M_x \\ I_y\dot{\omega_y} - (I_y - I_x)\omega_x\omega_z = M_y \\ I_y\dot{\omega_z} + (I_y - I_x)\omega_x\omega_y = M_z \end{cases} \tag{2.41}$$

2.2 Modelagem Aerodinâmica

As forças aerodinâmicas em geral são representadas num triedro diferente do triedro do corpo. Este triedro, chamado de triedro do ar ou aerodinâmico, pode ser obtido a partir do triedro do corpo rotacionando-o de um ângulo $-\alpha$ em torno do eixo Y_B, e de um ângulo $-\beta$ em torno do eixo Z_B. Os ângulos α e β são conhecidos como ângulos de ataque e de escorregamento, respectivamente, e são definidos por

$$\alpha = arctan\left(\frac{v_{az}}{v_{ax}}\right)$$
$$\beta = arcsin\left(\frac{v_{ay}}{V_a}\right)$$

Onde $V = [\begin{array}{ccc} v_{ax} & v_{ay} & v_{az} \end{array}]^T$ é o vetor velocidade do ar relativa ao corpo, representado no triedro do corpo, e V_a é o seu módulo. Perceba-se que, como o míssil sempre se move para frente, a velocidade relativa do ar no eixo x será sempre $v_{ax} \leq 0$, de modo que, sendo $v_{az} < 0$, α será positivo (nariz do míssil apontando para cima). Do mesmo modo, se $v_{ay} > 0$, então $\beta > 0$ (nariz do míssil apontando para boreste, ou seja, direita). A Figura 3 mostra a força aerodinâmica, F_a, no plano vertical. Esta força é normalmente decomposta em duas, uma perpendicular ao vetor velocidade (direção Z_a), chamada de força de sustentação, F_L, e uma paralela à velocidade do ar (direção X_a), chamada de força de arrasto aerodinâmico, F_D.

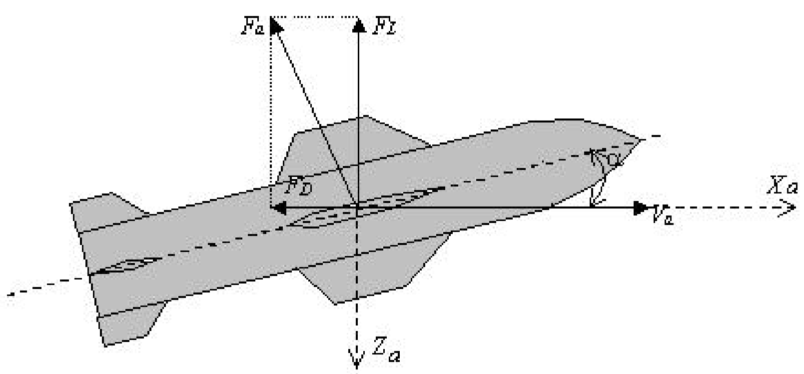


FIGURA 2.3: Força aerodinâmica no plano horizontal, decomposta em força de sustentação e de arrasto

Do mesmo modo que a força de sustentação, há a força de escorregamento, F_E, que age no plano horizontal, na direção do eixo Y_a. O módulo da força de sustentação é

calculado pela seguinte equação,

$$F_L = C_L q S_{ref} \tag{2.42}$$

Onde:

- C_L é o coeficiente aerodinâmico de sustentação (adimensional);

- S_{ref} é uma superfície de referência; e

- q é a pressão dinâmica dada por, $q = \frac{1}{2}\rho V_a^2$, sendo ρ a densidade do ar.

O coeficiente aerodinâmico de sustentação, C_L, é função do ângulo de ataque, α. Esta função é aproximada por uma reta que passa pela origem, ou seja,

$$C_L = C_{L\alpha}\alpha \tag{2.43}$$

Onde $C_{L\alpha}$ é o coeficiente angular da reta.

Esta aproximação é válida desde que a velocidade do ar se mantenha dentro de determinados limites, ou seja, que o regime de vôo seja mantido, e o ângulo de ataque não exceda certo limite, quando a força começa a estabilizar e depois decresce. Este limite de perda de sustentação é conhecido como ângulo de *stall*. Em mísseis, em geral os perfis de asas são simétricos, de modo que não há sustentação para ângulos de ataque nulos.

A força de escorregamento lateral também tem equação semelhante à força de sustentação, sendo o ângulo de ataque substituído pelo ângulo de escorregamento, β. Como o míssil possui simetria em torno dos planos horizontal e vertical de maneira semelhante, os coeficientes angulares do coeficiente de sustentação e do coeficiente de escorregamento são iguais. Assim, as equações (2.42) e (2.43) aplicam-se igualmente à força de escorregamento com α substituído por β.

A força de arrasto também obedece a uma equação semelhante à (2.42), sendo que o coeficiente de arrasto aerodinâmico possui uma componente independente de qualquer ângulo de incidência, chamado de coeficiente de arrasto mínimo, C_{D0}, que se soma a uma parcela que depende do ângulo de ataque, chamada de força de arrasto induzido,

C_{DI}. ou seja:

$$C_D = C_{D0} + C_{DI}(\alpha) \tag{2.44}$$

O coeficiente de arrasto induzido, por sua vez, obedece à seguinte equação

$$C_{DI}(\alpha) = \frac{C_L^2}{e\pi AR} = \frac{C_{L\alpha}^2}{e\pi AR}\alpha^2 \tag{2.45}$$

Onde:

- e, conhecido como Coeficiente de Oswald (AeroSim 2007), é o fator de eficiência da asa; e

- AR é a relação de aspecto da asa, dada por $AR = \frac{b^2}{S}$, sendo b a envergadura e S a superfície da asa.

Estas mesmas equações aerodinâmicas também se aplicam às forças geradas pelas superfícies de controle (profundor, leme e *aileron*), sendo o ângulo de incidência substituído pelo respectivo ângulo de controle, geralmente denotado pela letra grega δ seguido de um índice subescrito identificador do controle (e = profundor que gera comandos de arfagem, r = leme que gera comandos de guinada e a = *aileron* que gera comando de rolagem). Assim, as equações completas para as forças de sustentação, de escorregamento e de arrasto são

$$\begin{cases} F_L = (C_{L\alpha}\alpha + C_{L\delta}\delta_e)qS_{ref} \\ F_E = (C_{L\alpha}\beta + C_{L\delta}\delta_r)qS_{ref} \\ F_D = [C_{D0} + C_{DI\alpha}\beta^2 + C_{DI\alpha}\alpha^2 + C_{DI\delta}(\delta_e^2 + \delta_a^2 + \delta_r^2)]qS_{ref} \end{cases} \tag{2.46}$$

As forças aerodinâmicas resultantes são aplicadas no corpo em um ponto conhecido por Centro de Pressão Aerodinâmica. Como este ponto, em geral, não coincide com o centro de gravidade do corpo, surgem momentos em torno desse centro de gravidade. É comum, portanto, representar esses momentos aerodinâmicos de modo semelhante às forças aerodinâmicas, definindo-se, assim, coeficientes de momentos aerodinâmicos.

Então teríamos

$$\begin{cases} M_x = (C_{M\delta_a}\delta_a) q b_{ref} S_{ref} \\ M_y = (C_{M\alpha}\alpha + C_{M\delta}\delta_e) q c_{ref} S_{ref} \\ M_z = (C_{M\alpha}\beta + C_{M\delta}\delta_r) q c_{ref} S_{ref} \end{cases} \tag{2.47}$$

Onde os termos entre parênteses nas equações acima são os coeficientes de momentos aerodinâmicos. Para que estes termos sejam adimensionais, eles são calculados em função de um comprimento de referência, no caso, c_{ref} - a corda de referência, para os momentos de arfagem e guinada e b_{ref} - a envergadura de referência, para o caso do momento de rolagem.

Por exemplo, suponha-se que l_{cp} seja o vetor que vai do centro de gravidade ao ponto de aplicação da força de sustentação, ao longo da longitudinal do míssil, e que o ângulo de ataque seja suficientemente pequeno, de modo que $cos(\alpha) \cong 1$, então o momento da força de sustentação F_L em relação ao centro de gravidade é dado por

$$M_L = l_{cp} \times F_L = |l_{cp}| F_L sen(90 - \alpha) = |l_{cp}| F_L cos(\alpha) \cong |l_{cp}| C_L q S_{ref}$$

Assim, pode-se definir um coeficiente de momento aerodinâmico $C_M = |l_{cp}| C_L / c_{ref}$, de tal forma que o momento aerodinâmico será

$$M_L = C_M q c_{ref} S_{ref} = C_{M\alpha} \alpha q c_{ref} S_{ref} \tag{2.48}$$

Também, as forças geradas pelas superfícies de controle irão gerar momentos, e assim também podem ser definidos coeficientes de momentos aerodinâmicos para cada um desses controles, de modo que, a equação completa para o momento aerodinâmico de arfagem, devido à força de sustentação, seria

$$M_y = (C_{M\alpha}\alpha + C_{M\delta}\delta_e) q c_{ref} S_{ref} \tag{2.49}$$

Aplicando-se procedimento semelhante à força de arrasto, é possível chegar à equação

$$M_D = l_{cp} \times F_D = |l_{cp}| \left(C_{D0} + \frac{C_{L\alpha}^2}{e\pi AR} \alpha^2 \right) q S_{ref} \tag{2.50}$$

O momento da Equação (2.49) deve ser somado ao da equação (2.50), mas como

os coeficientes de arrasto são, em geral, bem menores que os de sustentação, e como, adicionalmente, o ângulo de ataque, que está elevado ao quadrado na equação (2.50), é bem pequeno, o momento M_D pode ser desprezado.

O vetor de forças aerodinâmicas, então, representado no triedro aerodinâmico será

$$F_a = [\ -F_D \quad F_E \quad -F_L\ ]^T \tag{2.51}$$

que transformado para o triedro do corpo será

$$F_{a|B} = (R_{z,\beta} R_{y,\alpha})^T F_{a|A} = \begin{bmatrix} c\beta c\alpha & s\beta c\alpha & -s\alpha \\ -s\beta & c\beta & 0 \\ c\beta s\alpha & -s\alpha s\beta & c\alpha \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -F_D \\ F_E \\ -F_L \end{bmatrix} = J(\alpha,\beta) F_{a|B} \tag{2.52}$$

Uma simplificação comum é considerar os ângulos de ataque e de escorregamento suficientemente pequenos, de modo que a força de arrasto aerodinâmico age diretamente no eixo longitudinal do míssil e as demais forças dependem apenas dos seus respectivos ângulos de incidência. Ou seja, a matriz de transformação $J(\alpha,\beta)$ simplifica-se para

$$J(\alpha,\beta) = \begin{bmatrix} 1 & \beta & -\alpha \\ -\beta & 1 & 0 \\ \alpha & 0 & 1 \end{bmatrix} \tag{2.53}$$

Então, a equação (2.52) simplifica-se para

$$F_{a|B} = \begin{bmatrix} -F_D + F_E\beta + F_L\alpha \\ F_D\beta + F_E \\ -F_D\alpha - F_L \end{bmatrix} \tag{2.54}$$

Se for considerado que a velocidade relativa do ar é apenas devida ao movimento do veículo, ou seja, não há vento em relação ao triedro fixo, os ângulos α e β são função exclusiva do vetor de velocidades lineares do míssil ν_1, ou seja

$$s\alpha = \frac{v_z}{V_a};\ s\beta = \frac{-v_y}{V_a}$$

Pode-se então definir as forças e momentos $\tau_D = -D(\nu)\nu$, a partir das forças

aerodinâmicas:

$$\tau_D = \begin{bmatrix} J(\alpha,\beta) & 0 \\ 0 & I_{3\times3} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -C_{D0} - C_{DI}\beta^2 - C_{DI}\alpha^2 \\ C_{L\alpha}\beta \\ -C_{L\alpha}\alpha \\ 0 \\ C_{M\alpha}c_{ref}\alpha \\ C_{M\alpha}c_{ref}\beta \end{bmatrix} qS_{ref} \tag{2.55}$$

Substituindo $q = \frac{1}{2}\rho V_a^2$ e aproximando $\alpha \cong sen(\alpha) = \frac{v_z}{V_a}$ e $\beta \cong sen(\beta) = \frac{-v_y}{V_a}$ obtém-se

$$\tau_D = \frac{1}{2}\rho S_{ref} \begin{bmatrix} J(\alpha,\beta) & 0 \\ 0 & I_{3\times3} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -V_a^2 C_{D0} - C_{DI}v_y^2 - C_{DI}v_z^2 \\ -V_a C_{L\alpha} v_y \\ -V_a C_{L\alpha} v_z \\ 0 \\ V_a C_{M\alpha} c_{ref} v_z \\ -V_a C_{M\alpha} c_{ref} v_y \end{bmatrix} \tag{2.56}$$

Agora, aproximando $V_a^2 = V_a v_x$, é possível escrever

$$\tau_D = -D(\nu)\nu = \frac{1}{2}\rho S_{ref} \begin{bmatrix} J(\alpha,\beta) & 0 \\ 0 & I_{3\times3} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -V_a C_{D0} & -C_{DI}v_y & -C_{DI}v_z & \\ 0 & -V_a C_{L\alpha} & 0 & 0_{3\times3} \\ 0 & 0 & -V_a C_{L\alpha} & \\ 0 & 0 & 0 & \\ 0 & 0 & V_a C_{M\alpha} c_{ref} & 0_{3\times3} \\ 0 & -V_a C_{M\alpha} c_{ref} & 0 & \end{bmatrix} \nu \tag{2.57}$$

Deste modo pode-se definir $D(\nu)$ como

$$
D(\nu) = \frac{1}{2}\rho S_{ref} \begin{bmatrix} 1 & \beta & -\alpha & \\ -\beta & 1 & 0 & 0_{3\times3} \\ \alpha & 0 & 1 & \\ & 0_{3\times3} & & I_{3\times3} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_a C_{D0} & C_{DI} v_y & C_{DI} v_z & \\ 0 & V_a C_{L\alpha} & 0 & 0_{3\times3} \\ 0 & 0 & V_a C_{L\alpha} & \\ 0 & 0 & 0 & \\ 0 & 0 & -V_a C_{M\alpha} c_{ref} & 0_{3\times3} \\ 0 & V_a C_{M\alpha} c_{ref} & 0 & \end{bmatrix} \Rightarrow
$$

$$
D(\nu) = \frac{1}{2}\rho S_{ref} \begin{bmatrix} V_a C_{D0} & C_{DI} v_y + V_a C_{L\alpha}\beta & C_{DI} v_z - V_a C_{L\alpha}\alpha & \\ -V_a C_{D0}\beta & V_a C_{L\alpha} - C_{DI} v_y \beta & -C_{DI} v_z \beta & 0_{3\times3} \\ V_a C_{D0}\alpha & C_{DI} v_y \alpha & V_a C_{L\alpha} + C_{DI} v_z \alpha & \\ 0 & 0 & 0 & \\ 0 & 0 & -V_a C_{M\alpha} c_{ref} & 0_{3\times3} \\ 0 & V_a C_{M\alpha} c_{ref} & 0 & \end{bmatrix} \quad (2.58)
$$

E ainda, aproximando os valores de $\alpha \cong sen(\alpha) = \frac{v_z}{V_a}$ e $\beta \cong sen(\beta) = \frac{-v_y}{V_a}$, válido para pequenos ângulos,

$$
D(\nu) = \frac{1}{2}\rho S_{ref} \begin{bmatrix} C_{D0} V_a & (C_{DI} - C_{L\alpha}) v_y & (C_{DI} - C_{L\alpha}) v_z & \\ C_{D0} v_y & C_{L\alpha} V_a + C_{DI} v_y^2 / V_a & C_{DI} v_z v_y / V_a & 0_{3\times3} \\ C_{D0} v_z & C_{DI} v_y v_z / V_a & C_{L\alpha} V_a + C_{DI} v_z^2 / V_a & \\ 0 & 0 & 0 & \\ 0 & 0 & -C_{M\alpha} c_{ref} V_a & 0_{3\times3} \\ 0 & C_{M\alpha} c_{ref} V_a & 0 & \end{bmatrix} \quad (2.59)
$$

A equação (2.59) é um resultado original desta dissertação, que será utilizado para linearizar o sistema para o projeto do controlador.

As forças e torques de controle são deduzidas por

$$\tau_\delta = qS_{ref} \begin{bmatrix} J(\alpha,\beta) & 0 \\ 0 & I_{3\times3} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -C_{DI}(\delta_a^2 + \delta_e^2 + \delta_r^2 \\ C_{L\delta}\delta_r \\ C_{L\delta}\delta_e \\ C_{M\delta a} b_{ref}\delta_a \\ C_{M\delta} c_{ref}\delta_e \\ -C_{M\delta} c_{ref}\delta_r \end{bmatrix} \tag{2.60}$$

Aqui, vai se considerar os ângulos α e β suficientemente pequenos para aproximar $J(\alpha,\beta) = I_{3\times3}$, assim

$$\tau_\delta = qS_{ref} \begin{bmatrix} -C_{DI}\delta_a & -C_{DI}\delta_e & -C_{DI}\delta_r \\ 0 & 0 & C_{L\delta} \\ 0 & C_{L\delta} & 0 \\ C_{M\delta a} b_{ref} & 0 & 0 \\ 0 & C_{M\delta} c_{ref} & 0 \\ 0 & & -C_{M\delta} c_{ref} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta_a \\ \delta_e \\ \delta_r \end{bmatrix} = B(\delta)\delta$$

Onde $\delta = [\ \delta_a \quad \delta_e \quad \delta_r\ ]^T$ e

$$B(\delta) = qS_{ref} \begin{bmatrix} -C_{DI}\delta_a & -C_{DI}\delta_e & -C_{DI}\delta_r \\ 0 & 0 & C_{L\delta} \\ 0 & C_{L\delta} & 0 \\ C_{M\delta a} b_{ref} & 0 & 0 \\ 0 & C_{M\delta} c_{ref} & 0 \\ 0 & & -C_{M\delta} c_{ref} \end{bmatrix} \tag{2.61}$$

2.3 Modelagem da Propulsão

Seja m a massa de um engenho movendo-se para a direita com velocidade v, conforme indicado na Figura 2.4. A queima do propulsor gera gases em alta pressão que são ejetados para a esquerda com velocidade v_g, em relação ao engenho. Com a ejeção, o engenho perde uma quantidade infinitesimal de massa dm, igual à massa das partículas ejetadas e aumenta sua velocidade de uma quantidade infinitesimal dv. Pela

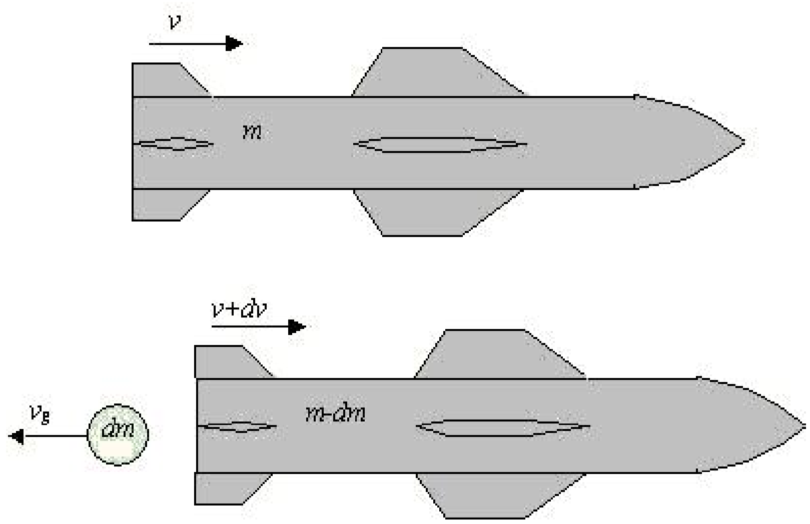


FIGURA 2.4: Míssil ganhando velocidade devido a ejeção dos gases

conservação da quantidade de movimento antes e após a ejeção dos gases, é possível escrever a equação

$$mv = (m - dm)(v + dv) + dm(v - v_g) \Rightarrow$$

$$mdv = v_g dm + dmdv \tag{2.62}$$

Desprezando-se o termo de segunda ordem $dmdv$ e dividindo-se ambos os lados da equação (2.62) por dt obtém-se o empuxo ou força motora, F_m, que é impelida ao engenho.

$$F_m = m\frac{dv}{dt} = v_g \frac{dm}{dt} \tag{2.63}$$

Nesta equação, dm/dt é a taxa de perda de massa do propulsor devida à queima do grão propelente, também chamada de taxa de queima. A superfície de queima do grão é determinante desta taxa, de modo que o desenho da seção da câmara interna de combustão do grão é projetada levando-se esta variável em consideração. A temperatura ambiente, e conseqüentemente do grão durante a queima, também é um elemento catalizador, aumentando esta taxa. Motores de aceleração em geral têm queima radial, de dentro para fora, e as seções internas da câmara do grão são tipo "estrela",

para acelerar a taxa de queima, gerando maior empuxo. Já nos propulsores de cruzeiro, pretende-se uma queima mais lenta e duradoura, de modo que são misturadas, ao grão, substâncias inibidoras da queima. Além disso, estes motores queimam no sentido axial, também conhecido como queima tipo cigarro, tendo como área de queima a seção reta transversal do grão, bem menor que dos propulsores de aceleração.

Já a velocidade de ejeção dos gases, v_g, é controlada pelo formato e abertura da tubeira de exaustão, e também é dependente da pressão interna da câmara de combustão, a qual é função da taxa de queima. Desde que a taxa de queima seja mantida constante com o projeto adequado dos elementos descritos anteriormente, a pressão será mantida praticamente constante.

Em alguns mísseis, adicionam-se dispositivos na saída da tubeira, que desviam os gases de exaustão, fazendo alterar a direção da velocidade v_g, e com isto, funcionar como uma variável de controle do míssil. Neste estudo porém, o controle é feito pelo movimento de superfícies aerodinâmicas, de modo que esta força de propulsão será considerada constante, agindo na direção longitudinal, ou seja, na direção X_B do triedro do corpo, e assim, o vetor da força e momentos da propulsão é $\tau_p = [\ F_m \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0\ ]^T$.

Também, desprezando o termo $dmdv$ da equação (2.62), e integrando-se de uma condição inicial, v_0, m_0, até uma condição final v_f, m_f, obtém-se

$$\int_{v_0}^{v_f} dv = \int_{m_0}^{m_f} \frac{v_g}{m} dm$$

$$v_f = v_0 + v_g\ ln\left(\frac{m_f}{m_0}\right) \tag{2.64}$$

A equação (2.64) será utilizada para avaliar qual deve ser o valor da velocidade de ejeção dos gases, v_g, de um motor de aceleração, para levar um míssil de $v_0 = 0$ a v_f após queimar toda a massa do grão do propulsor. Aplicando essa velocidade na equação (2.63) obtém-se o empuxo gerado por este propulsor, desde que conhecida a taxa de queima dm/dt.

Capítulo 3

Cálculo dos Parâmetros do Modelo

A modelagem aerodinâmica de mísseis, como em qualquer tipo de aeronave, em geral requer a utilização de ensaios em túneis de vento, com o intuito de levantar os coeficientes aerodinâmicos. Quando a modelagem visa ao projeto e desenvolvimento de um sistema deste tipo, o custo desses ensaios se justifica, porém, quando o que se pretende é avaliar o desempenho do míssil sobre o ponto de vista aerodinâmico e de controle, a utilização de métodos numéricos ou métodos semi-empíricos apresenta-se como uma solução viável, que pode apresentar uma primeira aproximação para os estudos, que mais tarde podem ser refinados com os ensaios em túneis de vento, caso julgado necessários.

Nas décadas de 1940 e 1950, o *National Advisory Committee for Aeronautics* (NACA), mais tarde transformado na Agência Espacial Americana (NASA), realizou vários estudos em túnel de vento, sobre as propriedades aerodinâmicas de diversas plantas de asas, corpos e a interferência entre eles. Estes estudos, que na época eram classificados como confidenciais, hoje estão disponíveis para consulta no sítio da NASA.

Os principais resultados destas pesquisas e sua aplicação na modelagem aerodinâmica de mísseis foram condensados em (Angel 1984), e são utilizados nesta dissertação. Esta referência também apresenta diversos gráficos que permitem validar os resultados calculados por fórmulas semi-empíricas, conhecidos como "*Data Sheets Wings*", alguns dos quais estão disponíveis no Apêndice.

3.1 Coeficiente de Sustentação Aerodinâmico

A Figura 3.8 mostra uma maquete do míssil escolhido para estudo. Percebe-se desta figura, que a planta da asa é trapezoidal, enquanto os governos são do tipo *clipper*. O que diferencia estes dois tipos de plantas é o ângulo reto do bordo de saída no caso da asa *clipper*.

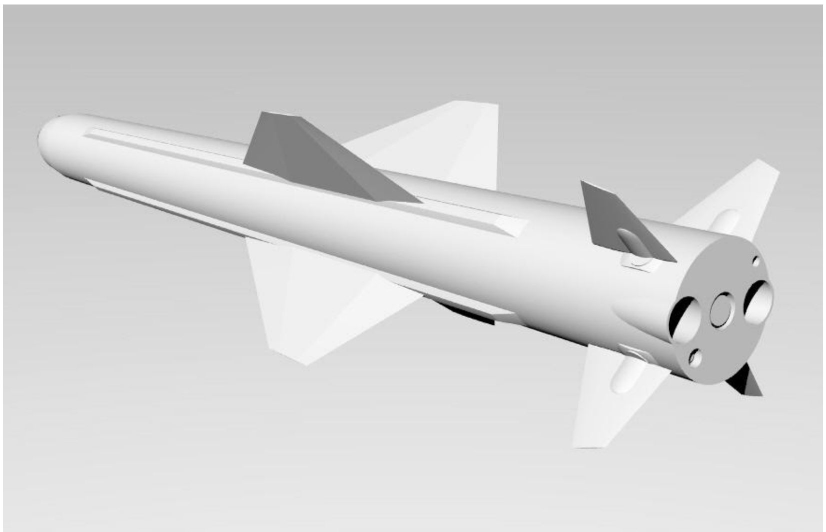


FIGURA 3.1: Maquete do míssil escolhido para estudo visto por trás, mostrando a configuração dos governos tipo *clipper*

O coeficiente aerodinâmico de sustentação normalizado pelo ângulo de ataque, $C_{L\alpha}$, para um par de asas trapezoidais é independente do número de MACH e do seu perfil (Polhamus 1949), e dado por

$$C_{L\alpha_{Trapez}} = \frac{2\pi AR}{2 + cos(\Lambda_{1/4})\sqrt{4 + \frac{AR^2}{cos^4(\Lambda_{1/4})}}} \tag{3.1}$$

Onde $\Lambda_{1/4}$ é o ângulo do bordo de ataque medido a 1/4 da corda na raiz, C_r, e na ponteira da asa, C_t, conforme definido na Figura 3.2, e $AR = \frac{b^2}{S}$ é a relação de aspecto do par de asas com envergadura b e superfície S mostrada sombreada na figura.

Para o caso da planta tipo *clipper*, este coeficiente depende do regime de vôo, e para o caso subsônico, a fórmula fica

$$C_{L\alpha_{Clipper}} = \frac{AR\pi}{2}\left(1 - \frac{c_t^2}{2S\sqrt{1 - M^2}}\right) \tag{3.2}$$

Onde M é o número de MACH.

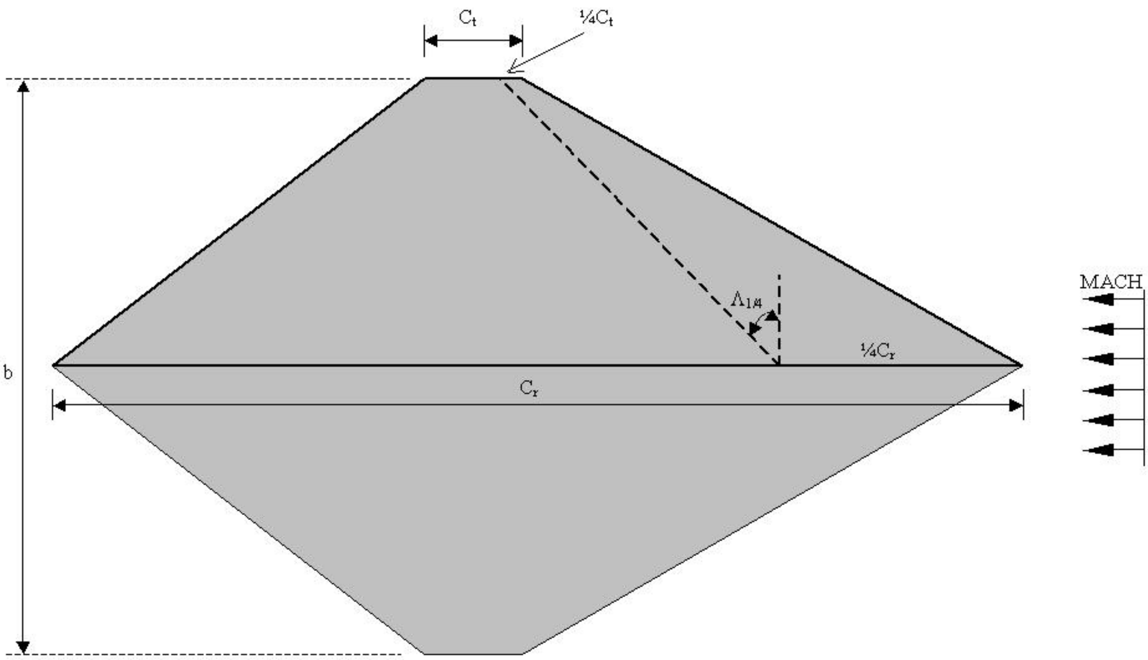


FIGURA 3.2: Planta das Asas com cordas na raiz e na ponteira e ângulo a 1/4 da raiz indicados

Uma maneira de validar estes resultados é recorrendo-se aos *Data Sheets Wings* (Angel 1984) apresentado na Figura 3.3, e repetido no Apêndice em maior escala. Nestes gráficos, $\Lambda_{1/2}$ é o ângulo de incidência a meia corda, e a relação de aspecto está indicada pela letra A. Este ábaco aplica-se para supefícies aerodinâmicas cuja relação $\lambda = c_t/c_r = 0,25$. Este valor é o mais próximo disponível para as asas e governos do míssil em estudo, que possuem, respectivamente, $\lambda_W = 0,1$ e $\lambda_T = 0,06$, conforme será visto na Seção 3.4.

Para utilizar este gráfico, entra-se na abscissa com os valor $A\sqrt{1-M^2}$ e verifica-se o valor da ordenada para uma da curvas escolhida conforme o valor $Atan(\Lambda_{1/2})$ da asa avaliada. O resultado, $\frac{1}{A}C_{L\alpha}$, deve ser multiplicado por A para obter-se o coeficiente aerodinâmico.

Mesmo que em menor escala que as asas, o corpo também contribui para a sustentação do míssil (Angel 1984). O problema de obter a distribuição longitudinal das forças em um corpo de revolução, com um determinado ângulo de ataque foi primeiro tratado por (Munk 1924), que estabeleceu a relação:

$$C_L = 2\frac{S_B}{S_{ref}}\alpha \tag{3.3}$$

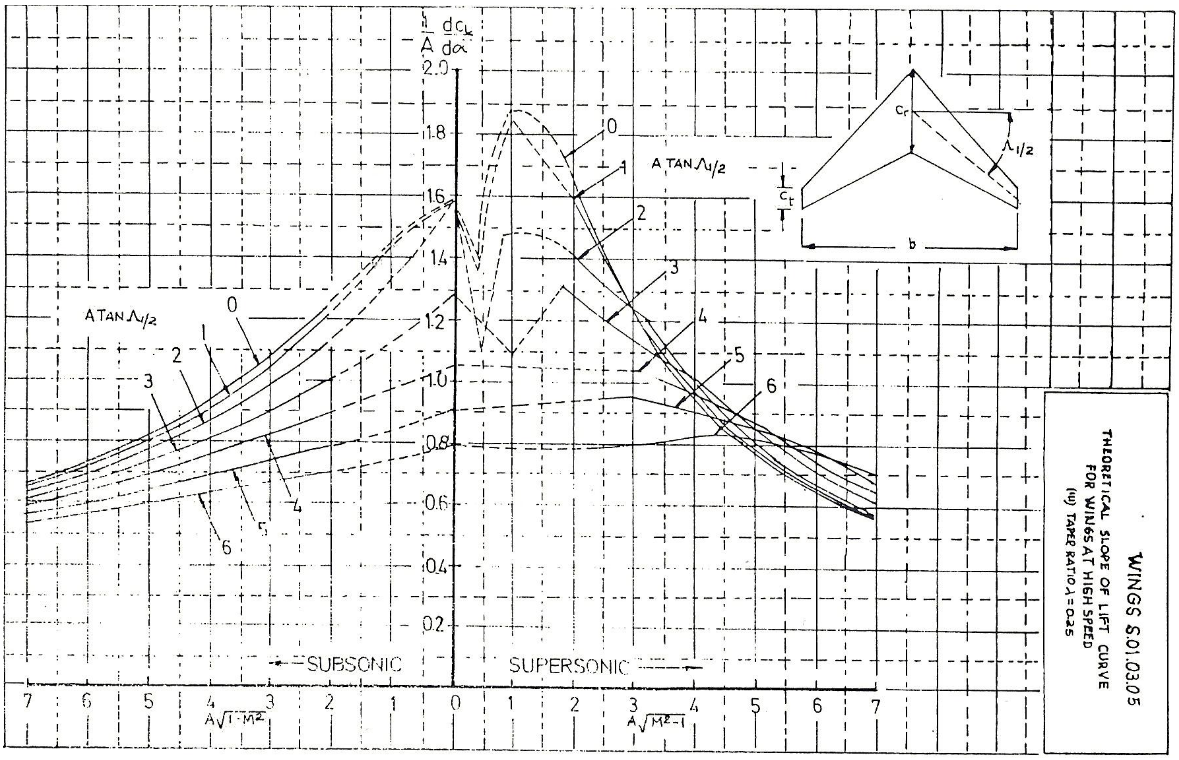


FIGURA 3.3: *Data Sheets Wings* para asa trapezoidal com $c_t/c_r = 0,25$

Onde S_B é a superfície da seção transversal traseira do corpo, chamada base; e S_{ref} é a superfície de referência, normalmente a superfície da seção reta transversal média do corpo.

Neste estudo, se considerava o fluido incompressível e não-viscoso, o que se aplica para as velocidades subsônicas e pequenos ângulos de ataque do míssil em estudo.

3.1.1 Interação entre o Corpo e as Superfícies Aerodinâmicas

Como os coeficientes de sustentação calculados na seção anterior consideravam as superfícies aerodinâmicas isoladamente, é preciso calcular agora o resultado da interação entre estes elementos para o míssil na sua configuração completa. Este problema é analisado em (Pitts, Nielsen & Kaattari 1957), onde se estabelece fatores de correção para as forças de sustentação e centros de pressão.

Sejam os subescritos W, T e B notações para as variáveis relacionadas, respectivamente, às asas dianteiras (*wings*), asas traseiras (*tail*) e o corpo (*body*) do míssil. Então pode-se estabelecer a seguinte notação:

L_B - sustentação do corpo isoladamente;

$L_{W(B)}$ - sustentação sob a asa dianteira na presença do corpo;

$L_{B(W)}$ - sustentação sob o corpo na presença da asa dianteira;

$L_{T(B)}$ - sustentação sob a asa traseira na presença do corpo;

$L_{B(T)}$ - sustentação sob o corpo na presença da asa traseira;

$L_{T(V)}$ - sustentação sob a asa traseira devida aos vórtices da asa dianteira; e

$L_{B(V)}$ - sustentação sob o corpo devida aos vórtices da asa dianteira.

Para cada uma destas forças define-se um fator de correção, conhecido como coeficiente de interferência e dados por:

1. $K_{W(B)} = \frac{L_{W(B)}}{L_W}$ para $\delta = 0$; $\alpha \neq 0$;
2. $K_{B(W)} = \frac{L_{B(W)}}{L_W}$ para $\delta = 0$; $\alpha \neq 0$;
3. $k_{W(B)} = \frac{L_{W(B)}}{L_W}$ para $\delta \neq 0$; $\alpha = 0$;
4. $k_{B(W)} = \frac{L_{W(B)}}{L_W}$ para $\delta \neq 0$; $\alpha = 0$;
5. $K_{T(B)} = \frac{L_{T(B)}}{L_T}$ para $\delta = 0$; $\alpha \neq 0$;
6. $K_{B(T)} = \frac{L_{B(T)}}{L_T}$ para $\delta = 0$; $\alpha \neq 0$;
7. $K_{T(V)} = \frac{L_{T(V)}}{L_T}$ para $\delta = 0$; $\alpha \neq 0$;
8. $K_{B(V)} = \frac{L_{B(V)}}{L_T}$ para $\delta = 0$; $\alpha \neq 0$;
9. $k_{T(V)} = \frac{L_{T(V)}}{L_T}$ para $\delta \neq 0$; $\alpha = 0$;
10. $k_{B(V)} = \frac{L_{B(V)}}{L_T}$ para $\delta \neq 0$; $\alpha = 0$;

Os coeficientes de 1 a 4, desta lista, referem-se à interação das asas dianteiras com o corpo, sendo os termos 3 e 4 utilizados para o caso dessas superfícies serem móveis. Se no míssil em estudo as superfícies traseiras é que se movem, estes dois termos serão aplicados para elas. Por outro lado, os coeficientes 5 e 6 referem-se à interação entre o corpo e as asas traseiras, enquanto que os de 7 a 10 consideram a interferência dos vórtices gerados pelas asas dianteiras na parte traseira do míssil.

Os últimos quatro coeficientes são negativos, significando que geram redução nas forças de sustentação das asas traseiras. Eles também dependem de fatores de difícil dedução como a distância lateral, altura e circulação dos vórtices, além da evolução destes elementos desde a asa até a ré do míssil. Além disso, sua influência no modelo só é maior quando as asas dianteiras são móveis e estão próximas das superfícies de ré, o que gera maiores vórtices e maior influência nas asas de ré. Como este não é o caso dos mísseis antinavio de interesse para esta dissertação, estes efeitos não serão considerados neste estudo. Detalhes de como estimar estes coeficientes podem ser encontrados em ((Pitts et al. 1957) e (Nielsen 1960)).

Os demais coeficientes podem ser determinados, tanto teoricamente, como experimentalmente, em túneis de vento (Angel 1984). O gráfico da Figura 3.9 apresenta estes fatores obtidos em ensaios em túneis de vento, em função da razão raio/semi-envergadura (r/s), conforme definido no esquemático apresentado no canto inferior direito da figura (Pitts et al. 1957).

A sustentação da configuração completa do míssil, então, pode ser obtida pelo somatório das parcelas de contribuição de cada elemento de sustentação:

$$L_{total} = L_B + L_{W(B)} + L_{B(W)} + L_{T(B)} + L_{B(T)} \tag{3.4}$$

Onde:

$L_B = C_{L\alpha}^B \alpha q S_B$

$L_{W(B)} = K_{W(B)} C_{L\alpha}^W \alpha q S_W$

$L_{B(W)} = K_{B(W)} C_{L\alpha}^W \alpha q S_W$

$L_{T(B)} = K_{T(B)} C_{L\alpha}^T \alpha q S_T + k_{T(B)} C_{L\alpha}^T \delta S_T$

$L_{B(T)} = K_{B(T)} C_{L\alpha}^T \alpha q S_T + k_{B(T)} C_{L\alpha}^T \delta S_T$

Nesta equação, os coeficientes de sustentação estão estabelecidos em função de superfícies de referências distintas, S_B, S_W e S_T. É possível normalizar estes coeficientes em função de uma única superfície de referência, S_{ref} e trabalhar com estas equações com coeficientes aerodinâmicos em vez de forças.

3.2 Coeficiente de Momento Aerodinâmico

Conhecidas as forças de sustentação para cada elemento e seus respectivos pontos de aplicação, é possível calcular os coeficientes de momento para cada força em torno do centro de massa do míssil, e conseqüentemente, para a configuração total por

$$C_{M\alpha} = \sum_i C_{L\alpha_i} \frac{x_i}{c_{ref}} \tag{3.5}$$

Onde c_{ref} é uma corda de referência e x_i é a distância do centro de gravidade ao ponto de aplicação da força L_i, sendo considerada positiva se o ponto de aplicação estiver avante do centro de massa do míssil, de modo que os momento em torno do eixo Y_B seja positivo.

O ponto de aplicação da força aerodinâmica, denominado ponto de pressão, também pode ser estimado utilizando-se *Data Sheets Wings*, conforme apresentado na Figura 3.4. Este dado é calculado em função da corda média $\bar{c} \triangleq \frac{1}{h}\int_0^h c(y)dy'$, que no caso da planta trapezoidal ou *clipper* é $\bar{c} = \frac{c_r+c_t}{2}$. Nestes casos, esta corda média é observada na metade da altura de uma asa, e a ponta anterior desta corda média transportada para a corda na raiz é o ponto a partir do qual se mede $\bar{x}$ para achar o centro de pressão. No caso das asas trapezoidais ou *clipper*, este ponto ocorre na metade da base do triângulo do bordo de ataque. Para o míssil em estudo estes pontos ficam 327mm a ré do vértice frontal da asa, e 58mm para ré do vértice dos governos, conforme será visto na Seção 3.4.

O ponto de aplicação da força de sustentação do corpo será considerado, para efeitos deste trabalho, no centro da área da sua planta. Para definir este centro de pressão com maior precisão deve-se considerar a interferência entre os elementos asas-corpo-asas (Pitts et al. 1957).

3.3 Coeficiente de Arrasto Aerodinâmico

A força de arrasto aerodinâmico, de acordo com o fenômeno aerodinâmico que lhe dá origem, pode ser dividida em quatro parcelas distintas (Angel 1984):

- D_f = arrasto de fricção ou atrito - gerado pelo atrito do corpo com o ar;

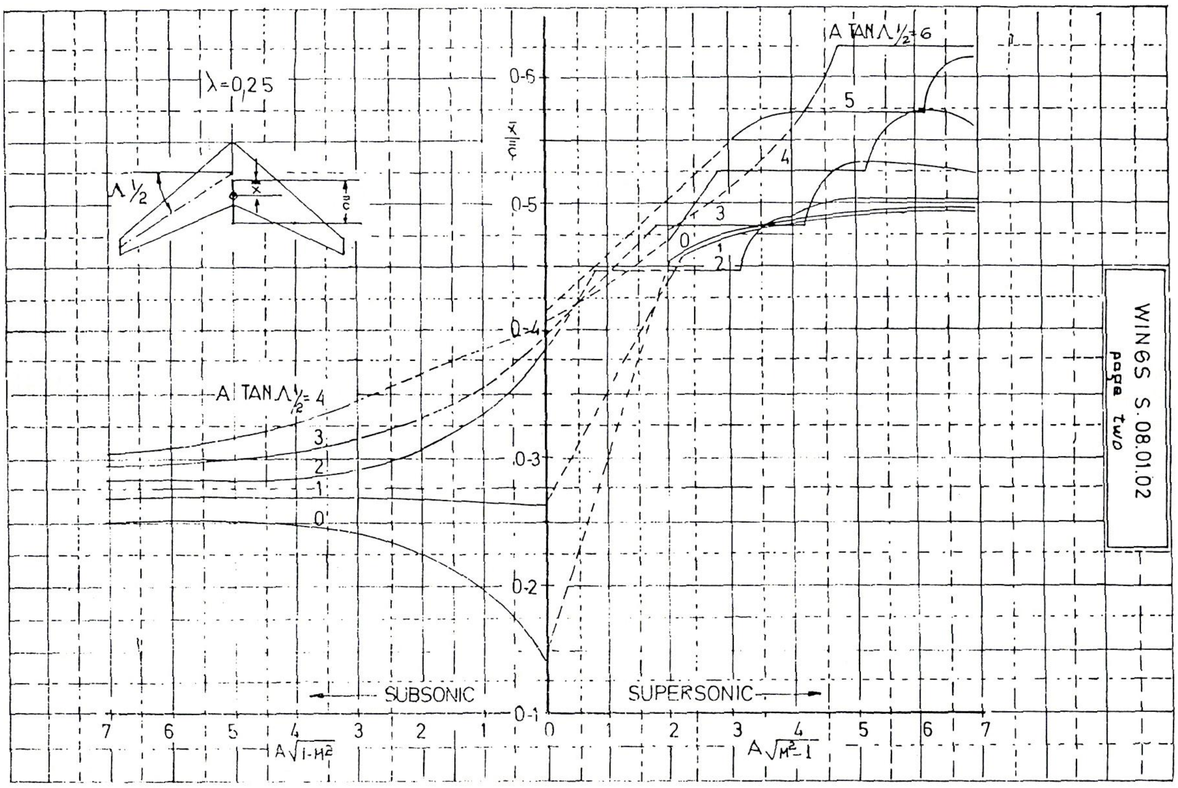


FIGURA 3.4: *Data Sheets Wings* para estimar a posição do centro de pressão para asa trapezoidal com $c_t/c_r = 0,25$

- D_p = arrasto de pressão - gerado pela mudança de pressão no nariz e na base (traseira) do míssil;
- D_0 = arrasto de onda - decorrente das ondas de choque em vôos supersônicos ; e
- D_i = arrasto induzido - função do ângulo de ataque do corpo.

As três primeiras parcelas são independentes do ângulo de ataque e seu somatório é chamado de resistência mínima.

O coeficiente aerodinâmico de arrasto de atrito para um regime de vôo subsônico onde $M > 0,3$ pode ser aproximado por (Schlighting & Gersten 2000)

$$C_{Df} = \frac{0,455}{[log_{10}(R_e)]^{2,58}\sqrt{1 + M^2/5}} \tag{3.6}$$

Onde R_e é o número de Reynolds dado por

$$R_e = \frac{v\rho l}{\mu} \tag{3.7}$$

Onde v é a velocidade característica, no caso a velocidade do míssil; l é o comprimento característico, no caso o do míssil; ρ é a densidade do ar; e μ é a viscosidade do ar.

Este coeficiente aerodinâmico tem como superfície de referência a superfície de contato com o ar, S_{cont}. No caso do míssil ser considerado um cilindro perfeito $S_{cont} = \pi D l$.

Quando o vôo se dá numa região em que o número de Reynolds é superior a um milhão, diz-se que a camada limite é turbulenta, caso em que a equação (3.7) pode ser aplicada.

O coeficiente aerodinâmico de arrasto de pressão da base, por sua vez, para regime de vôo subsônico, pode ser calculado em função do coeficiente de arrasto de atrito pela expressão (Hoerner 1965)

$$C_{Dp_B} = \frac{0,029}{\sqrt{C_{Df}}} \left(\frac{S_B}{S_{ref}} \right)^{3/2} \tag{3.8}$$

Onde: S_B é a superfície da base traseira do míssil. Ao se calcular esta superfície, a área das aberturas de saída das tubeiras de exaustão do propulsor deve ser descontada da superfície da seção reta transversal na base. A superfície de referência deve ser a mesma utilizada para calcular C_{Df}.

A contribuição do nariz do míssil no coeficiente de arrasto de pressão depende do formato nesta região. Em mísseis com vôos supersônicos, os narizes na forma de cone são preferidos, pois minimizam o efeito do arrasto pelo choque de onda, que se sobressai aos demais arrastos nesta região. Por outro lado, em regime subsônico, prefere-se o nariz ogival, que minimiza o arrasto de pressão, preponderante nestas velocidades.

Um nariz ogival é obtido dividindo-se um “corpo ogival” transversalmente ao meio. E um “corpo ogival” é um corpo de revolução formado pela rotação de um arco de circunferência.

Designando-se por l_0 o comprimento longitudinal da ogiva, e por D o diâmetro da sua base, ou seção transversal máxima, pode-se definir o coeficiente de “esbelteza” da ogiva como $\lambda_0 = l_0/D$.

O coeficiente aerodinâmico de arrasto de pressão para este tipo de nariz, com superfície de referência sendo a área da base da ogiva, é dado por

$$C_{Dp_n} = P \left[1 - \frac{2(196\lambda_0^2 - 16)}{28(M+18)\lambda_0^2} \right] \tag{3.9}$$

Onde P é um coeficiente de correção calculado por

$$P = (0,083 + 0,096/M^2)(\sigma/10)^{1,69}$$

Sendo σ o ângulo de abertura do cone inscrito ao nariz ogival (expresso em graus), ou seja

$$\sigma = 2atan \left(\frac{D/2}{l_0} \right)$$

O arrasto de onda não será considerada neste trabalho, pois o míssil em estudo possui vôo subsônico, onde este efeito é desconsiderado. Então, o arrasto mínimo, quando o ângulo de ataque é nulo é a soma dos arrastos de atrito e de pressão calculados calculados pelas equações (3.6), (3.8) e (3.9).

A componente do arrasto que é função do ângulo de ataque, denominado de arrasto induzido, é calculada pela Equação (2.45), já estabelecida na Seção 2.2. O coeficiente de Oswald, e, para o vôo em regime subsônico, para todo tipo de planta de asa, pode ser aproximado pela unidade, de modo que, para a configuração completa

$$C_{Di}(\alpha) = KC_{L\alpha}^2\alpha^2 \tag{3.10}$$

Onde $K \cong \frac{1}{\pi AR}$. E com α substituído por δ, para o caso das superfícies de controle.

3.4 Estudo de Caso

Para tornar possível a realização das simulações, foi escolhido um míssil antinavio que realize vôo rasante à superfície do mar. O estado-da-arte de mísseis deste tipo é representado principalmente pelo míssil americano, Harpoom, e o francês, Exocet. Este último ganhou notoriedade, principalmente ao demonstrar sua eficácia, após seu uso no conflito das Malvinas, em 1982. Estima-se que este míssil possui mais de 3.300 unidades produzidas, em atividade em mais de 28 países, nas suas três versões MM38, AM39 e



Figura 3.5: Foto de míssil antinavio mostrando a configuração das asas e superfícies de controle

MM40 (MissileThreat 2007). Alguns dados dimensionais deste míssil estão disponíveis em sítios especializados da Internet e estão condensados em (GlobalSecurity 2007):

- Massa - 855 kg;
- Comprimento - 5.80 m;
- Diâmetro - 0,348 m;
- Envergadura - 1,135m;
- Propulsão - dois estágio de foguetes a propelente sólido, sendo um de aceleração que queima por 3s e um de cruzeiro, que queima por 150s;
- Navegação inercial na fase de cruzeiro e *homming* ativo na fase final;
- Alcance - 65km;
- Velocidade - 310m/s; e
- Altitude de vôo rasante à superfície do mar de 30m a 3m.

O míssil, como pode ser visto na figura 3.5, possui uma configuração de quatro asas trapezoidais, posicionadas em "X", e quatro superfícies de controle (governos) tipo *clipper*, localizadas à ré e alinhadas às asas.

Para tornar possível o cálculo dos coeficientes aerodinâmicos, as dimensões das superfícies aerodinâmicas foram estimadas tomando medidas da foto apresentada na



FIGURA 3.6: Foto de Lançamento de míssil antinavio, utilizada para estimar as medidas longitudinais.

Figura 3.6, disponível em (EADS-MBDA 2007). Com o auxílio de um programa de desenho auxiliado por computador (CAD), foi desenhado sobre esta foto um esquemático do míssil, conforme mostrado na Figura 3.7. Depois este esquemático foi ajustado para a escala 1:20, tomando por base o comprimento e diâmetro definidos anteriormente, e foram tomadas as medidas apresentadas na figura 3.8. Estas figura estão repetidas no Apêndice em maior escala, para facilitar a visualização.

A altura das asas foi calculada em função da envergadura, b, e do diâmetro do míssil, d, ambos conhecidos:

$$h = \frac{b - d}{2} = \frac{1135 - 348}{2} = 393mm$$

Tomando este valor como referência, para as superfície aerodinâmicas que estão vistas num ângulo de 45^0 na Figura 3.8, foi possível estimar a altura dos governos em cota na referida figura.

As superfícies das asas e governos são portanto

$$S_W = S_{ref} = 0.554m^2 \ ; \qquad S_T = 0.111m^2$$

E as relações de aspecto são também, respectivamente

$$AR_W = 1,12 \ ; \qquad AR_T = 2,8$$



FIGURA 3.7: Esquemático desenhado sobre a foto do míssil, feito para estimar as medidas longitudinais.

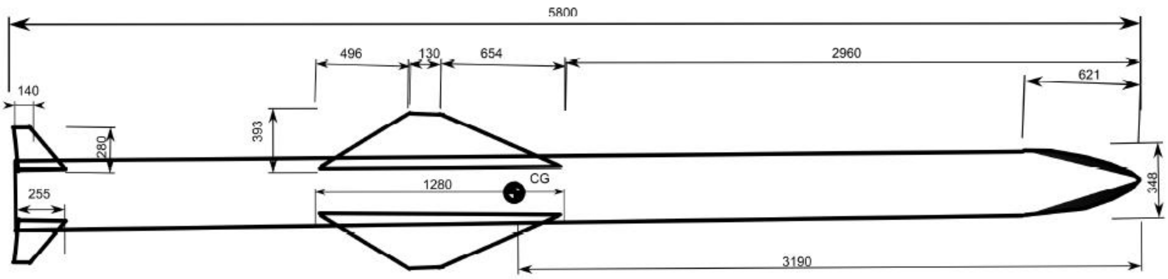


FIGURA 3.8: Desenho do míssil em escala

A posição do centro de gravidade, indicado por CG, na Figura 3.8, foi estimada a partir da massa do míssil uniformemente distribuída ao logo de toda a sua região cilíndrica, ou seja, desprezando-se a parte da ogiva (o nariz), pois esta parte abriga apenas a antena móvel do radar do autodiretor, portanto, tem grandes áreas vazias, com baixa densidade de massa. Com este procedimento, o centro de gravidade ficou próximo às asas, que geram boa parte da sustentação do míssil, corroborando com a hipótese feita para este cálculo.

O coeficiente de sustentação para as asas pode ser calculado pela Equação (3.1)

$$C_{L\alpha}^{W} = 1,70$$

Para os governos utiliza-se (3.2) e obtém-se $C_{L\alpha}^{T} = 3,51$. Aqui o valor para os governos é maior porque este resultado está normalizado em função da sua respectiva superfície, que é cerca de 1/5 da superfície da asa. Utilizando a área das asas como superfície de referência, obtém-se

$$C_{L\alpha}^{T} = 0,70$$

Deve-se levar em conta que este valor refere-se a um par de governos. Para um só governo, então deve-se considerar a metade.

É possível validar estes valores usando os *data sheets wings*, donde obtém-se $C_{L\alpha}^{W} = 1,69$ e $C_{L\alpha}^{T} = 0,78$, que é no máximo 10% superior ao valor calculado com as equações.

Segundo a Equação (3.3), considerando $S_B = \pi D^2/4$ e normalizando em relação à superfície de referência, o coeficiente para o corpo é

$$C_{L\alpha}^{B} = 0,343$$

Os pontos de aplicação destas forças são calculados com os *data sheets*, obtendo-se as seguintes medidas a partir do nariz do míssil

$$x_W = 3410mm$$

$$x_T = 5660mm$$

$$x_B = 3000mm$$

A interferência entre os elementos também pode ser calculada com o uso da Figura 3.9. Donde:

$$C_{L\alpha}^{W(B)} = (1,26 + 0,42)C_{L\alpha}^{W} = 2,856$$

$$C_{L\alpha}^{T(B)} = (1,32 + 0,58)C_{L\alpha}^{T} = 1,33$$

$$C_{L\delta}^{T(B)} = (0,93 + 0,40)C_{L\alpha}^{T} = 0,931$$

De modo que o coeficiente de sustentação do míssil como um todo é

$$C_{L\alpha_{total}} = 0,343 + 2,856 + 1,33 = 4,53$$

E o coeficiente para uma única superfície de controle é

$$C_{L\delta_{1/2}} = 0,46$$

Os coeficientes de momentos aerodinâmicos em torno dos eixos Y_B e Z_B são iguais, em razão da simetria do míssil, e podem também ser calculados pela Equação (3.5), em função da posição do centro de massa em relação ao nariz do míssil, x_{cg}, que varia com a queima do propulsor, resultando em

$$C_{M\alpha} = [0,343(x_{cg}-3)+2,856(x_{cg}-3,41)+1,33(x_{cg}-5,66)]/c_{ref} = (x_{cg}-4,04)4,53/c_{ref}$$

A expressão acima mostra explicitamente que o centro de pressão da configuração total é

$$x_{cp} = 4,04m$$

Portanto está à ré do centro de massa, $x_{cg} = 3,19m$, resultando em estabilidade estática. Escolhendo-se a corda de referência como a corda na raiz da asa, obtém-se

$$C_{M\alpha} = -3,01$$

Este considerando o míssil sem deslocamento do seu centro de massa. O sinal negativo deste coeficiente significa que, ângulos de ataque ou escorregamento positivos (nariz do míssil para cima ou para direita) gerarão torques negativos em torno dos eixos Y_B e Z_B, respectivamente. Este fato foi levando em consideração ao se definir os sinais dos elementos do vetor (2.55).

E o mesmo cálculo pode ser feito para cada governo individualmente:

$$C_{M\delta_{1/2}} = 0,46(x_{cg} - 5,66)/1,28 = -0,89$$

Aqui também o sinal do coeficiente depende da convenção quanto ao ângulo de incidência das superfícies de controle, δ. Neste estudo, o ângulo δ será considerado positivo quando o movimento do governo ocorrer no sentido horário, de modo que gerará torque positivo em torno do eixo Y_B, porém negativo em torno do eixo Z_B. Estas convenções foram levadas em conta ao se definir os sinais dos elementos do vetor (2.60), de modo que, naquela equação $C_{M\delta} = -C_{M\delta_{1/2}}$, ou seja, $C_{M\delta e} = -C_{M\delta r} = -C_{M\delta}$.

Para se calcular o coeficiente de momento aerodinâmico em torno do eixo X_B, devido ao ângulo de incidência dos governos, chamado $C_{M\delta a}$, deve-se estimar o braço de alavanca da força aerodinâmica que age em um único governo. Neste estudo consideraremos este braço igual ao raio do corpo somado à metade da altura de um único governo, de modo que

$$C_{M\delta a} = C_{L\delta_{1/2}}(0,348/2 + 0,280/2)/b_{ref} = 0,184$$

Onde foi usado como referência a envergadura das asas, $b_{ref} = 0,786m$.

O número de Reynolds, para o regime de vôo deste míssil, calculado pela Equação (3.7) fica

$$R_e = \frac{310 \times 1,2 \times 5,8}{6 \times 10^{-4}} = 3,6 \times 10^6$$

Como este número é maior que um milhão, a Equação (3.6) pode ser aplicada para calcular o coeficiente de arrasto aerodinâmico de atrito, resultando em $C_{Df} = 0,003$, com referência à superfície de contato com o ar $S_{cont} = \pi Dl$. Se a superfície de referência for a superfície das asas, obtém-se

$$C_{Df} = 0,034$$

O coeficiente de arrasto de pressão da base, por sua vez, pode ser calculado pela Equação (3.8), considerando-se a área da base igual à área da seção reta transversal:

$$C_{Dp_B} = \frac{0,029}{\sqrt{0,034}} \left(\frac{0,095}{0,554}\right)^{3/2} = 0,01$$

Considerando o nariz do míssil ogival, de acordo com a figura, o ângulo de abertura seria $\sigma = 31,3^0$, e o coeficiente de esbelteza seria $\lambda_0 = 1,78$, de modo que, utilizando a Equação (3.9) para calcular o coeficiente arrasto de pressão do nariz, resulta em

$$C_{Dp_n} = 1,386 \left[1 - \frac{2(196 \times 1,78^2 - 16)}{28(0,9+18)1,78^2} \right] S_B/S_{ref} = 0,066$$

O coeficiente de arrasto mínimo será então

$$C_{D_0} = 0,034 + 0,01 + 0,066 = 0,11$$

O coeficiente de arrasto induzido, calculado pela Equação (3.10), para as asas tipo trapezoidal, resulta em

$$C_{Di_\alpha} = \frac{1,7^2}{\pi 1,12} = 0,82$$

Enquanto que para os governos tipo *clipper* resulta em $C_{Di_\delta} = \frac{(3,51)^2}{\pi 2,84} = 1,38$. Este valor tendo a superfície dos governos como referência. Normalizando em relação à superfície das asas e dividindo-se por dois para referir-se a apenas um governo obtém-se

$$C_{Di_\delta} = 0,14$$

É possível também estimar os empuxos dos propulsores de aceleração e cruzeiro. O motor de aceleração queima por 3 segundos e leva o míssil de zero a 310m/s, donde podemos estimar, numa aproximação inicial, uma aceleração da ordem de

$$a = \frac{dv}{dt} = \frac{310m/s}{3s} = 103,3m/s^2 \cong 10,5g$$

Multiplicando-se esta aceleração pela massa inicial do míssil estima-se o empuxo deste propulsor como

$$F_{m_{acel}} = ma = 855kg \times 103,3m/s^2 = 88.350N \cong 9.006kgf$$

Para o propulsor de cruzeiro, levando-se em conta o alcance de 65km e a velocidade de cruzeiro do míssil de 310m/s, pode-se estimar o tempo de queima em $t = 65000/310 = 210s$. Este propulsor terá que ter empuxo suficiente para vencer a

força de arrasto aerodinâmico. Assim, pode-se escrever

$$F_{m_{cruz}} = C_{D_0}\frac{\rho V_a^2}{2}S_{ref} = 0,11\frac{1,2 \times 310^2}{2}0,554 = 3.514N \cong 358kgf$$

Esta é apenas uma primeira aproximação que pode ser utilizada no projeto dos propulsores, quando seriam utilizadas as equações deduzidas na Seção 2.3, para definir a massa do grão propulsor, a velocidade de queima e a velocidade de ejeção dos gases da queima para cada um dos propulsores. Por exemplo, supondo-se a massa do grão do propulsor de aceleração igual a 100kg e aplicando-se na Equação (2.63), obtém-se

$$v_g = \frac{88.350N}{-100kg/3s} = -2.650m/s \cong -MACH7,8$$

Agora aplicando este valor na Equação (2.64) obtém-se $v_f = 329m/s$, que é próximo dos 310m/s considerados inicialmente.

Supondo-se, para o propulsor de cruzeiro, a mesma velocidade de ejeção dos gases e aplicando-se na Equação (2.63), pode-se estimar a massa do grão desse propulsor como

$$\Delta m = \frac{3.514N}{-2.650m/s}\Delta t = -278kg$$

O valor negativo apenas indica que haverá perda de massa, ou que a taxa de variação de massa é negativa.

Os momentos de inércia também podem ser calculados conforme as definições dadas para a Equação (2.6), considerando-se a distribuição da massa uniformemente em torno do corpo cilíndrico do míssil, resultando em

$$I_x = \int_V (y^2 + z^2)\rho_m dV = \int_{r=0}^{D/2} r^2 \rho_m 2\pi r l dr = m\frac{D^2}{8} = 12,9kgm^2$$

Este valor para a massa máxima. Também para os momentos de inércia em tornos dos dois outros eixos pode-se chegar a

$$I_y = I_z = \int_V (x^2 + z^2)\rho_m dV = m\left[\frac{l_f^3 + l_r^3}{3(l_f + l_r)} + \frac{D^2}{8}\right] = 1.924kgm^2$$

Nesta fórmula l_f e l_r são as distâncias do centro de massa à seção frontal ou seção de ré do cilindro, respectivamente; e para o cálculo mostrado, a parte ogival foi des-

considerada, de modo que $l_f = l_r$.

È possível, ainda, estimar quais seriam os momentos de inércia após a queima dos foguetes. Ao final da queima, a massa do míssil será $m_{final} = 855 - 378 = 477kg$, de modo que pode-se supor uma redução proporcional dos momentos de inércia, que seriam

$$I_{x_{final}} = 7,2kgm^2; \quad I_{y_{final}} = I_{z_{final}} = 1.073kgm^2$$

Estes valores são apenas uma aproximação. Para calcular os valores exatos seria preciso conhecer a massa da estrutura mecânica dos motores. A posição do centro de massa após a queima dos foguetes também pode ser estimada, levando-se em conta que os propulsores se localizam à ré, de modo que o comprimento do míssil se reduz proporcionalmente à massa perdida, assim

$$x_{cg_{final}} = \frac{477kg}{855kg}\frac{(5,8m - 0,621m)}{2} + 0,621m = 2,07m$$

A Tabela 3.1 agrupa os parâmetros do modelo, os quais serão utilizados nas simulações dos capítulos seguintes. Os valores máximos e mínimos são também apresentados, para tornar possível aplicar, nas simulações, uma interpolação linear em função da variação de massa com a queima dos propulsores.

A metodologia de cálculo dos coeficientes aerodinâmicos aqui empregada resulta em erros em torno de 10%, segundo informado nos relatórios do NACA, o que é bom para uma primeira aproximação para avaliação destas forças aerodinâmcia. Estes cálculos, portanto, permitem analisar um míssil antinavio com dimensões conhecidas, sobre certos aspectos da sua dinâmica. Mais tarde, estes cálculos podem ser refinados com ensaios em túneis de vento, se jultado necessários.

Tabela 3.1: Tabela com os valores dos parâmetros calculados para o míssil em estudo. Todos os valores estão no sistema métrico decimal MKS

PARÂMETRO	FÓRMULA	VALOR INICIAL	VALOR FINAL
DADOS DO MÍSSIL			
Massa (kg)	-	855	477
x_{cg} (m)	-	$3,19$	$2,07$
I_x (kgm^2)	-	$12,9$	$7,2$
$I_y = I_z$ (kgm^2)	-	1.924	1.073
MOTOR DE ACELERAÇÃO			
Massa do grão (kg)	-	100	-
Tempo de queima (s)	-	3	-
Taxa de queima (kg/s)	-	$33,3$	-
Empuxo (N)	-	88.350	-
MOTOR DE CRUZEIRO			
Massa do grão (kg)	-	278	-
Tempo de queima (s)	-	210	-
Taxa de queima (kg/s)	-	$1,3$	-
Empuxo (N)	-	3.514	-
AERODINÂMICA			
$C_{L\alpha}$	-	$4,53$	-
$C_{L\delta}$	-	$0,46$	-
C_{D_0}	-	$0,11$	-
C_{Di_α}	-	$0,82$	-
C_{Di_δ}	-	$0,14$	-
$C_{M\alpha}$	$4,53(x_{cg} - 4,04)/1,28$	$-3,01$	$-6,97$
$C_{M\delta}$	$-0,46(x_{cg} - 5,66)/1,28$	$0,89$	$1,29$
$C_{M\delta a}$	-	$0,184$	-
x_{cp} (m)	-	$4,04$	-
S_{ref} (m^2)	-	$0,554$	-
b_{ref} (m)	-	$0,786$	-
c_{ref} (m)	-	$1,28$	-
ρ (kg/m^3)	-	$1,2$	-
V_a (m/s)	-	310	-
$MACH$	-	$0,9$	-
q (N/m^2)	$\frac{\rho V_a^2}{2}$	57.660	-

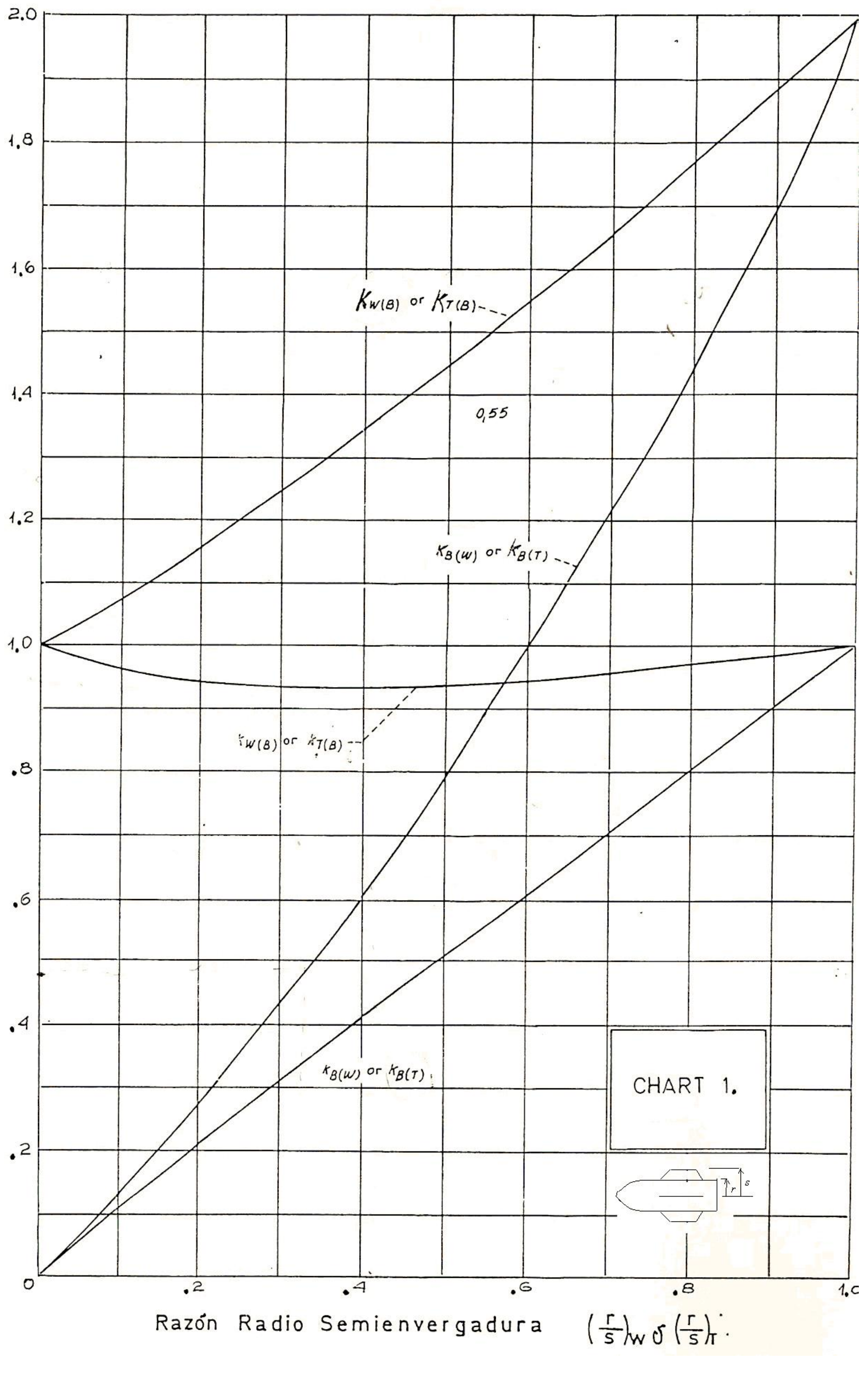


FIGURA 3.9: Gráfico para calcular os coeficientes de interferência entre o corpo e as asas

Capítulo 4

Controle de Vôo Rasante

Conforme visto na seção 2.1.3, o modelo da dinâmica do míssil é altamente não-linear. Algumas primeiras simplificações podem ser introduzidas se levado em conta as simetrias do míssil, conforme foi visto na seção 2.1.4, porém, persistem ainda as não-linearidades que se agravam ao se introduzir os modelos de geração das forças aerodinâmicas, mostrado na seção 2.2.

Para realizar o controle do sistema, algumas alternativas são:

- aplicar linearização por realimentação (Das et al. 2004), e utilizar uma técnica de controle robusta como modos deslizantes, que compensaria incertezas do modelo;
- calcular os jacobianos das matrizes do sistema para linearizá-lo em torno de uma trajetória, obtendo-se um sistema linear variante no tempo, e assim podendo-se aplicar uma técnica de controle adaptativo, como escalonamento de ganho (*gain-scheduling*), conforme apresentado em (Shamma & Cloutier 1993); ou
- linearizar o sistema em torno de uma região de trabalho bem definida e aplicar uma técnica de controle linear clássico (Franklin et al. 2002).

Qualquer que seja o caso, é requerida uma linearização do sistema, seja em torno de uma trajetória ou de um ponto de operação. Para isso, a velocidade de vôo, a altitude e a massa do míssil são os parâmetros que definem o ponto/trajetória de operação e que devem variar lentamente (Devaud et al. 2001). No míssil em estudo, estes três parâmetros estão bem definidos, e mais, a velocidade é praticamente constante, a altitude varia tão pouco que não gera influência no modelo e a massa varia lentamente

na fase de cruzeiro. Assim, o modelo pode ser linearizado em torno de uma região bem definida, que é o regime permanente do vôo, conforme será feito nas seções seguintes.

4.1 Sistema Linearizado

As equações (2.38) e (2.1), na forma vetorial, formam o modelo completo da dinâmica do míssil e podem ser reescritas da seguinte maneira

$$\dot{\nu} = -M^{-1}[C(\nu) + D(\nu)]\nu - M^{-1}g(\eta) + M^{-1}[\tau_p + B(\delta)\delta] \tag{4.1}$$

$$\dot{\eta} = J(\eta)\nu \tag{4.2}$$

Supondo uma trajetória de referência $\nu_0(t)$ e $\eta_0(t)$, pode-se definir perturbações a essa trajetória como

$$\begin{aligned} &\Delta\nu(t) = \nu(t) - \nu_0(t); \quad \Delta\eta(t) = \eta(t) - \eta_0(t) \\ &\Delta\delta(t) = \delta(t) - \delta_0(t) \end{aligned}$$

E, definindo-se os estados $x_1 = \Delta\nu$; $x_2 = \Delta\eta$ e a entrada $u = \Delta\delta$, pode-se escrever o seguinte modelo de espaço de estados linear variante no tempo

$$\begin{bmatrix} \dot{x_1} \\ \dot{x_2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -M^{-1}[C(t) + D(t)] & -M^{-1}G(t) \\ J_\nu(t) & J_\eta(t) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} M^{-1}B(t) \\ 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u \\ 0 \end{bmatrix} \tag{4.3}$$

Onde:

$$\begin{aligned} C(t) &= \left.\tfrac{\partial[C(\nu)\nu]}{\partial\nu}\right|_{\nu_0(t)} & G(t) &= \left.\tfrac{\partial g(\eta)}{\partial\eta}\right|_{\eta_0(t)} \\ D(t) &= \left.\tfrac{\partial[D(\nu)\nu]}{\partial\nu}\right|_{\nu_0(t)} & J_\eta(t) &= \left.\tfrac{\partial[J(\eta)\nu]}{\partial\eta}\right|_{\eta_0(t),\nu_0(t)} \\ J_\nu(t) &= \left.\tfrac{\partial[J(\eta)\nu]}{\partial\nu}\right|_{\eta_0(t),\nu_0(t)} = J\left(\eta_0(t)\right) & B(t) &= \left.\tfrac{\partial[B(\delta)\delta]}{\partial\delta}\right|_{\delta_0(t)} \end{aligned}$$

Levando-se em conta as matrizes simplificadas das equações (2.39), (2.40) e (2.59)

e os vetores (2.37) e (2.61), obtém-se

$$M^{-1} = diag(\; 1/m \quad 1/m \quad 1/m \quad 1/I_x \quad 1/I_y \quad 1/I_y \;) \tag{4.4}$$

$$C(t) = \begin{bmatrix} 0 & -m\omega_{0z} & m\omega_{0y} & 0 & mv_{0z} & -mv_{0y} \\ m\omega_{0z} & 0 & -m\omega_{0x} & -mv_{0z} & 0 & mv_{0x} \\ -m\omega_{0y} & m\omega_{0x} & 0 & mv_{0y} & -mv_{0x} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -I_y\omega_{0z} & 0 & I_x\omega_{0x} \\ 0 & 0 & 0 & I_y\omega_{0y} & -I_x\omega_{0x} & 0 \end{bmatrix} \tag{4.5}$$

$$D(t) = \frac{1}{2}\rho S_{ref} \begin{bmatrix} C_{D0}V_a & 2(C_{DI} - C_{L\alpha})v_{0y} & 2(C_{DI} - C_{L\alpha})v_{0z} & \\ C_{D0}v_{0y} & C_{D0}v_{0x} + C_{L\alpha}V_a + \frac{3C_{DI}v_{0y}^2}{V_a} + \frac{C_{DI}v_{0z}^2}{V_a} & \frac{2C_{DI}v_{0z}v_{0y}}{V_a} & 0_{3\times 3} \\ C_{D0}v_{0z} & \frac{2C_{DI}v_{0y}v_{0z}}{V_a} & C_{D0}v_{0x} + \frac{C_{DI}v_{0y}^2}{Va} + C_{L\alpha}V_a + \frac{3C_{DI}v_{0z}^2}{V_a} & \\ 0 & 0 & 0 & \\ 0 & 0 & -C_{M\alpha}c_{ref}V_a & 0_{3\times 3} \\ 0 & C_{M\alpha}c_{ref}V_a & 0 & \end{bmatrix} \tag{4.6}$$

$$G(t) = mg \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & c\phi_{0y} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -c\phi_{0y}c\phi_{0x} & s\phi_{0y}s\phi_{0x} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & c\phi_{0y}s\phi_{0x} & s\phi_{0y}c\phi_{0x} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \tag{4.7}$$

$$B(t) = qS_{ref} \begin{bmatrix} -2C_{DI}\delta_{0a} & -2C_{DI}\delta_{0e} & -2C_{DI}\delta_{0r} \\ 0 & 0 & C_{L\delta} \\ 0 & C_{L\delta} & 0 \\ C_{M\delta a}b_{ref} & 0 & 0 \\ 0 & C_{M\delta}c_{ref} & 0 \\ 0 & & -C_{M\delta}c_{ref} \end{bmatrix} \tag{4.8}$$

Já a equação cinemática (2.1) leva a

$$J_\eta(t) = \left.\frac{\partial \begin{bmatrix} J_1(\eta_2)\nu_1 \\ J_2(\eta_2)\nu_2 \end{bmatrix}}{\partial \eta}\right|_{\eta_0(t),\nu_0(t)} = \left.\begin{bmatrix} \frac{\partial[J_1(\eta_2)\nu_1]}{\partial\eta_1} & \frac{\partial[J_1(\eta_2)\nu_1]}{\partial\eta_2} \\ \frac{\partial[J_2(\eta_2)\nu_2]}{\partial\eta_1} & \frac{\partial[J_2(\eta_2)\nu_2]}{\partial\eta_2} \end{bmatrix}\right|_{\eta_0(t),\nu_0(t)} \Rightarrow$$

$$J_\eta(t) = \left.\begin{bmatrix} 0_{3\times3} & \frac{\partial[J_1(\eta_2)\nu_1]}{\partial\eta_2} \\ 0_{3\times3} & \frac{\partial[J_2(\eta_2)\nu_2]}{\partial\eta_2} \end{bmatrix}\right|_{\eta_0(t),\nu_0(t)} \tag{4.9}$$

A apresentação de $J_\eta(t)$ com derivadas parciais na equação (4.9) é também um resultado original desta dissertação. Escrever $J_\eta(t)$ mais detalhadamente requer algumas considerações quanto ao regime de vôo do míssil. Por exemplo, pode-se supor inicialmente um vôo em regime permanente em que a rolagem esteja estabilizada ($\phi_x = \omega_x = 0$), ou seja

$$J_1(\eta_2) = \begin{bmatrix} c\phi_z c\phi_y & -s\phi_z & c\phi_z s\phi_y \\ s\phi_z c\phi_y & c\phi_z & s\phi_y s\phi_z \\ -s\phi_y & 0 & c\phi_y \end{bmatrix} \quad ; \quad J_2(\eta_2) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & t\phi_y \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1/c\phi_y \end{bmatrix} \tag{4.10}$$

Então:

$$\frac{\partial[J_1(\eta_2)\nu_1]}{\partial\eta_2} = \begin{bmatrix} 0 & -c\phi_z s\phi_y v_x + c\phi_z c\phi_y v_z & -s\phi_z c\phi_y v_x - c\phi_z v_y - s\phi_z s\phi_y v_z \\ 0 & -s\phi_z s\phi_y v_x + c\phi_y s\phi_z v_z & c\phi_z c\phi_y v_x - s\phi_z v_y + s\phi_y c\phi_z v_z \\ 0 & -c\phi_y v_x - s\phi_y v_z & 0 \end{bmatrix} ;$$

Que pode ser simplificada ao se substituir $cos(\phi_y) = \frac{v_x}{V_a}$ e $sen(\phi_y) = \frac{v_z}{V_a}$ (válidas em regime permanente), e aproximando-se $V_a^2 = v_x^2 + v_z^2$. Desse modo

$$\frac{\partial[J_1(\eta_2)\nu_1]}{\partial\eta_2} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -s\phi_z V_a - c\phi_z v_y \\ 0 & 0 & c\phi_z V_a - s\phi_z v_y \\ 0 & -V_a & 0 \end{bmatrix} \tag{4.11}$$

E também

$$\frac{\partial[J_2(\eta_2)\nu_2]}{\partial\eta_2} = \begin{bmatrix} 0 & \omega_z[1+tan^2(\phi_y)] & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & \omega_z s\phi_y/cos^2(\phi_y) & 0 \end{bmatrix} \tag{4.12}$$

4.1.1 Cálculo das Condições Iniciais

É possível ainda encontrar um ponto de equilíbrio, que será útil no cálculo dos ganhos do controlador (Franklin et al. 2002). Este ponto será o regime permanente, em que o míssil está em vôo rasante, na velocidade de cruzeiro V_a, com ângulo de ataque, igual ao de arfagem, suficiente para sustentar seu peso:

$$F_L = C_{L\alpha} q S_{ref} \phi_{0y} = mg - F_m sen(\phi_{0y}) \tag{4.13}$$

Considerando-se a aproximação para pequenos ângulos, $sen(\phi_{0y}) = \phi_{0y}$, então (4.13) torna-se

$$\phi_{0y} = \frac{mg}{F_m + C_{L\alpha} q S_{ref}} \tag{4.14}$$

Por outro lado, o empuxo do propulsor, F_m, deve ser suficiente para vencer o arrasto aerodinâmico, mantendo assim a velocidade constante:

$$F_m \cong C_{D0} q S_{ref} \tag{4.15}$$

Substituindo (4.15) em (4.14) obtém-se

$$\phi_{0y} = \frac{mg}{(C_{D0} + C_{L\alpha}) q S_{ref}} \tag{4.16}$$

Para manter este ângulo de ataque constante, os governos devem estar posicionados de modo a gerar um torque que se anula com o torque devido ao ângulo de ataque, ou seja

$$C_{M\delta}\delta_{0e} = C_{M\alpha}\phi_{0y} \;\Rightarrow\; \delta_{0e} = \frac{C_{M\alpha}}{C_{M\delta}}\phi_{0y} \tag{4.17}$$

Assim, os estados iniciais serão

$$\nu_{1_0} = \begin{bmatrix} V_a c\phi_{0y} \\ 0 \\ V_a s\phi_{0y} \end{bmatrix} ; \ \nu_{2_0} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} ; \ \eta_{1_0} = \begin{bmatrix} x_0 \\ y_0 \\ z_0 \end{bmatrix} ; \ \eta_{2_0} = \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{mg/(qS_{ref})}{(C_{D0}+C_{L\alpha})} \\ \phi_{0z} \end{bmatrix} ; \ \delta_0 = \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{C_{M\alpha}mg/(qS_{ref})}{C_{M\delta}(C_{D0}+C_{L\alpha})} \\ 0 \end{bmatrix}$$

Então os termos das matrizes da equação (4.3) ficam

$$-M^{-1}[C(t)+D(t)] =$$
$$\begin{bmatrix} \frac{-\rho S_{ref}C_{D0}V_a}{2m} & 0 & \frac{-\rho S_{ref}(C_{DI}-C_{L\alpha})v_{0z}}{m} & 0 & -v_{0z} & 0 \\ 0 & \frac{-\rho S_{ref}\left[C_{D0}v_{0x}+C_{L\alpha}V_a+\frac{C_{DI}v_{0z}^2}{V_a}\right]}{2m} & 0 & v_{0z} & 0 & -v_{0x} \\ \frac{-\rho S_{ref}C_{D0}v_{0z}}{2m} & 0 & \frac{-\rho S_{ref}\left[C_{D0}v_{0x}+C_{L\alpha}V_a+\frac{3C_{DI}v_{0z}^2}{V_a}\right]}{2m} & 0 & v_{0x} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{\rho S_{ref}c_{ref}C_{M\alpha}V_a}{2I_y} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{-\rho S_{ref}c_{ref}C_{M\alpha}V_a}{2I_y} & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \tag{4.18}$$

$$-M^{-1}G(t) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & -gc\phi_{0y} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & gc\phi_{0y} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -gs\phi_{0y} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \tag{4.19}$$

$$J_\nu(t) = J(\eta_0(t)) = \begin{bmatrix} c\phi_{0z}c\phi_{0y} & -s\phi_{0z} & c\phi_{0z}s\phi_{0y} & & & \\ s\phi_{0z}c\phi_{0y} & c\phi_{0z} & s\phi_{0y}s\phi_{0z} & & 0_{3\times3} & \\ -s\phi_{0y} & 0 & c\phi_{0y} & & & \\ & & & 1 & 0 & t\phi_{0y} \\ & 0_{3\times3} & & 0 & 1 & 0 \\ & & & 0 & 0 & 1/c\phi_{0y} \end{bmatrix} \tag{4.20}$$

$$J_\eta(t) = \begin{bmatrix} & 0 & 0 & -s\phi_{0z}V_a \\ 0_{3\times3} & 0 & 0 & c\phi_{0z}V_a \\ & 0 & -V_a & 0 \\ 0_{3\times3} & & 0_{3\times3} & \end{bmatrix} \tag{4.21}$$

$$M^{-1}B(t) = qS_{ref}\begin{bmatrix} 0 & \frac{-2C_{DI}\delta_{0e}}{m} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{C_{L\delta}}{m} \\ 0 & \frac{C_{L\delta}}{m} & 0 \\ \frac{C_{M\delta a}b_{ref}}{I_x} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{C_{M\delta}c_{ref}}{I_y} & 0 \\ 0 & & \frac{-C_{M\delta}c_{ref}}{I_y} \end{bmatrix} \tag{4.22}$$

4.2 Controle Longitudinal

Com algum algebrismo, é possível separar a estrutura do míssil em três laços de controle independentes: controle longitudinal, controle de rolagem e controle lateral (Rugh & Jackson 2007).

Observando a primeira linha das matrizes (4.18) e (4.19), percebe-se uma relação entre as variáveis de estado Δv_x, Δv_z, $\Delta\omega_y$, Δz, e $\Delta\phi_y$, que estão desacopladas das demais. Estas variáveis de estado formam o "plano longitudinal". Como o míssil navega em vôo rasante à superfície do mar, atenção especial tem que ser dada ao controle longitudinal, pois a altitude $h = -z$. Então define-se o vetor de estados $x = [\ \Delta v_x \ \ \Delta v_z \ \ \Delta\omega_y \ \ \Delta z \ \ \Delta\phi_y\ ]^T$, cujas equações, no formato espaço de estados, são obtidas das linhas 1, 3, 5, 9 e 11 das matrizes do sistema (4.3):

$$\dot{x} = \begin{bmatrix} \frac{-\rho S_{ref}C_{D0}V_a}{2m} & \frac{-\rho S_{ref}(C_{DI}-C_{L\alpha})v_{0z}}{m} & -v_{0z} & -gc\phi_{0y} & 0 \\ \frac{-\rho S_{ref}C_{D0}v_{0z}}{2m} & \frac{-\rho S_{ref}\left[C_{D0}v_{0x}+C_{L\alpha}V_a+\frac{3C_{DI}v_{0z}^2}{V_a}\right]}{2m} & v_{0x} & -gs\phi_{0y} & 0 \\ 0 & \frac{\rho S_{ref}c_{ref}C_{M\alpha}V_a}{2I_y} & 0 & 0 & 0 \\ -s\phi_{0y} & c\phi_{0y} & 0 & 0 & -V_a \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} \frac{-2qS_{ref}C_{DI}\delta_{0e}}{m} \\ \frac{qS_{ref}C_{L\delta}}{m} \\ \frac{qS_{ref}c_{ref}C_{M\delta}}{I_y} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \Delta\delta_e \tag{4.23}$$

Substituindo-se os coeficientes aerodinâmicos, momentos de inércia e demais parâmetros estabelecidos no Capítulo 3 , obtém-se

$$\begin{bmatrix} \Delta\dot{v}_x \\ \Delta\dot{v}_z \\ \Delta\dot{\omega}_y \\ \Delta\dot{z} \\ \Delta\dot{\phi}_y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0.013 & 0.050 & -17.53 & 0 & -9.794 \\ -0.00075 & -0.560 & 309.5 & 0 & -0.555 \\ 0 & -0.206 & 0 & 0 & 0 \\ -0.0566 & 0.998 & 0 & 0 & -310 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta v_x \\ \Delta v_z \\ \Delta\omega_y \\ \Delta z \\ \Delta\phi_y \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -2.00 \\ 17.19 \\ 18.91 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \Delta\delta_e \tag{4.24}$$

Conforme sugerido em ((Franklin et al. 2002), Capítulo 9), experimentou-se um controlador tipo PID com realimentação de $\Delta\phi_y$ e $\Delta\omega_y$, conforme ilustrado no diagrama de blocos da Figura 4.1.

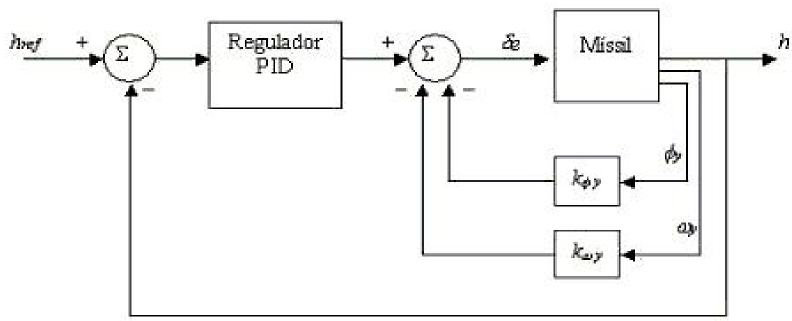


Figura 4.1: Diagrama de blocos do controlador de altitude tipo PID

Primeiramente analisa-se a saída $\Delta\omega_y$ do sistema em função da entrada $\Delta\delta_e$. A função de transferência entre estes dois sinais pode ser obtida utilizando-se a função *ss2tf* do *Matlab*

$$\frac{\Delta\omega_y(s)}{\Delta\delta_e(s)} = \frac{(s+0,373)(s+0,0133)(s+1.074\times10^{-17})}{(s+0,28\pm j7,99)(s+0,0115)(s-3.30\times10^{-6})} \tag{4.25}$$

Além dos pólos e zeros apresentados na função de transferência (4.25), há um pólo e um zero localizados na origem, que se anulam mutuamente.

A Figura 4.2 mostra o gráfico do lugar das raízes para esta função de transferência, donde percebe-se que um dos pólos é instável.

O ganho k_{ω_y} foi ajustado, por tentativa e erro, em $k_{\omega_y} = 1,2$. Também se fez a

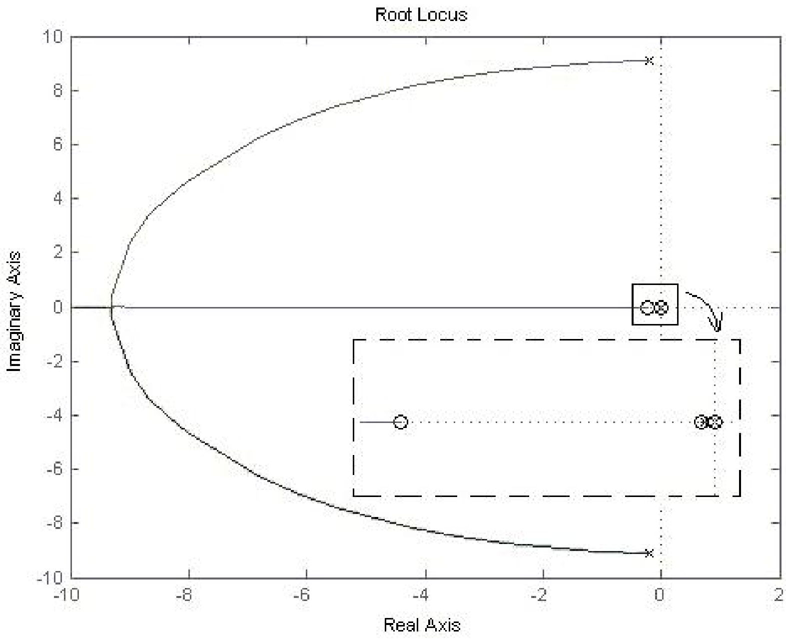


FIGURA 4.2: Lugar das raízes para a função de transferência da equação (4.25)

realimentação do ângulo de arfagem, $\Delta\phi_y$, com ganho $k_{\phi_y} = 2$, de modo que os pólos de malha fechada foram posicionados em -16,7, -6,41, -0,13 e -0,013, ou seja, todos são estáveis.

Agora é possível calcular um controlador PID para a altitude. Mais uma vez a escolha dos ganhos se deu por tentativa e erro. Inicialmente fez-se a sintonia de um controlador PD e após algumas tentativas encontraram-se os ganhos $k_P = 0,1$ e $k_D = 0,14$. Depois, para eliminar erros no regime permanente, acrescentou-se um integrador no controle com ganho $k_I = 0,02$ e com saturação *anti-windup*, em ± 1.

Para testar o controlador, foi implementado um simulador do míssil utilizando-se o conjunto de blocos pré-definidos para o *Simulink*, "AeroSim" (AeroSim 2007). Esta ferramenta possui alguns blocos que implementam os efeitos dinâmicos, aerodinâmicos, de propulsão, além de efeitos atmosféricos e gravitacionais que podem influenciar no vôo e navegação de uma aeronave. A Figura 4.3 mostra algumas das aeronaves que já estão previamente implementadas nesta ferramenta de simulação. Internamente, o modelo destas aeronaves é implementado utilizando-se os blocos dos diversos efeitos citados, conforme o esquemático da Figura 4.4.

Um módulo de programa em *Matlab* é utilizado para introduzir-se os coeficientes aerodinâmicos da aeronave, além dos pontos de aplicação da força de propulsão e o

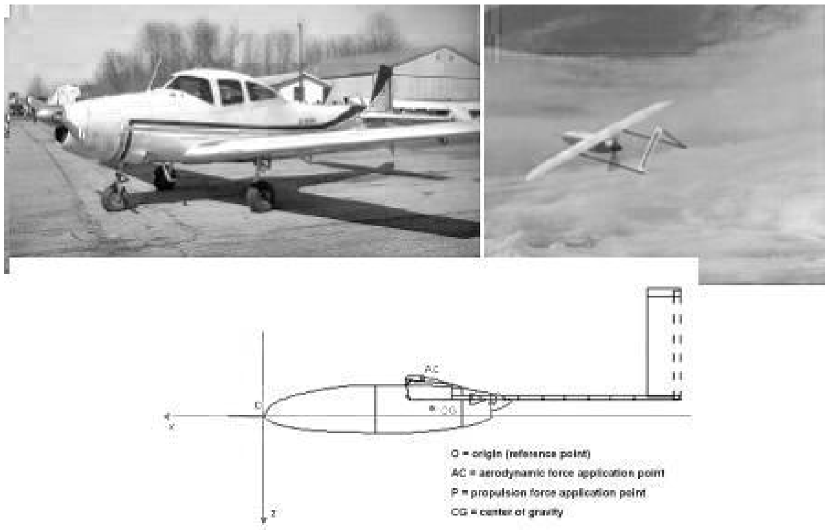


FIGURA 4.3: Aeronaves do pacote Aerosim

centro de pressão. Parâmetros que variam com a perda de massa, como o centro de gravidade, momentos de inércia e a própria massa, são interpolados entre os valores máximos e mínimos informados, em função da queima de combustível, que é uma das variáveis de entrada do modelo. Também é possível informar as condições iniciais nos blocos de simulação, como massa do combustível, atitude e velocidades iniciais.

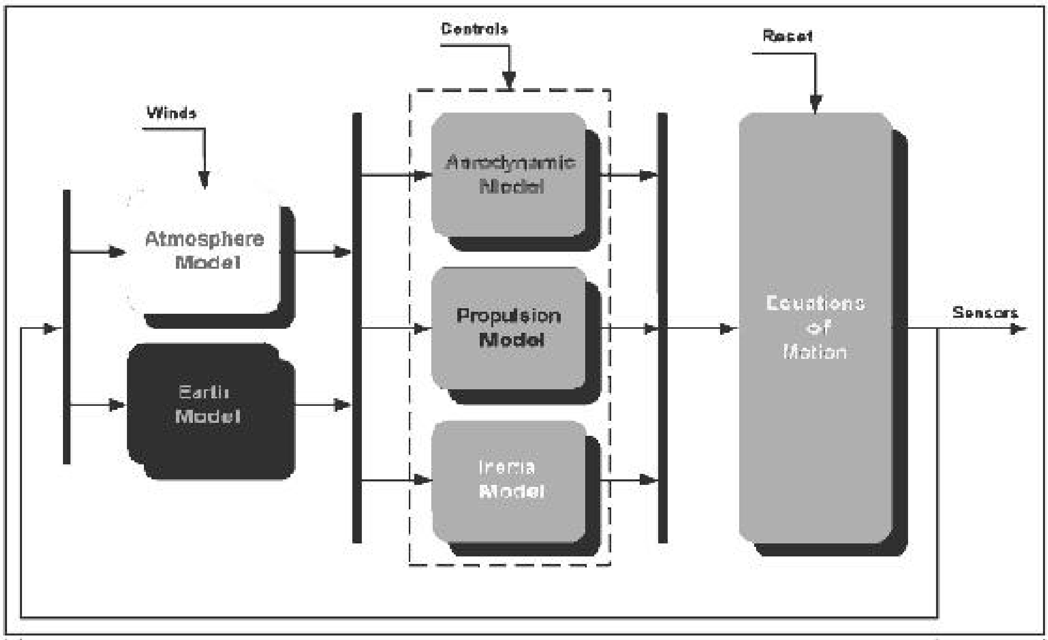


FIGURA 4.4: Blocos internos dos modelos das aeronaves do pacote Aerosim

Umas destas aeronaves pré-definidas foi utilizada para a simulação do míssil, tendo que passar por adaptações no bloco da propulsão, já que o míssil utiliza propulsão a

foguete e não a hélice, como a aeronave. A Figura 4.5 mostra a resposta ao degrau de altitude de 30m obtida na simulação com o Aerosim. Os resultados foram obtidos com o míssil sendo lançado de um navio, a partir de uma plataforma com ângulo de elevação de 20°, altitude inicial 5m, velocidade no eixo longitudinal 5 nós e demais estados iniciais nulos. Os governos são inicialmente mantidos em zero grau, sendo liberados para operar somente 0,8s após o lançamento e têm saturação em 20 graus cada. O propulsor de aceleração queima os 100kg de grão propelente, por 3s, fornecendo assim empuxo suficiente para levar o míssil até a velocidade de cruzeiro, 310m/s. A seguir entra o propulsor de sustentação que, queimando, tem uma taxa de perda de massa de 1,3kg/s, e fornece empuxo suficiente para vencer a resistência do ar mantendo assim a velocidade aproximadamente constante.

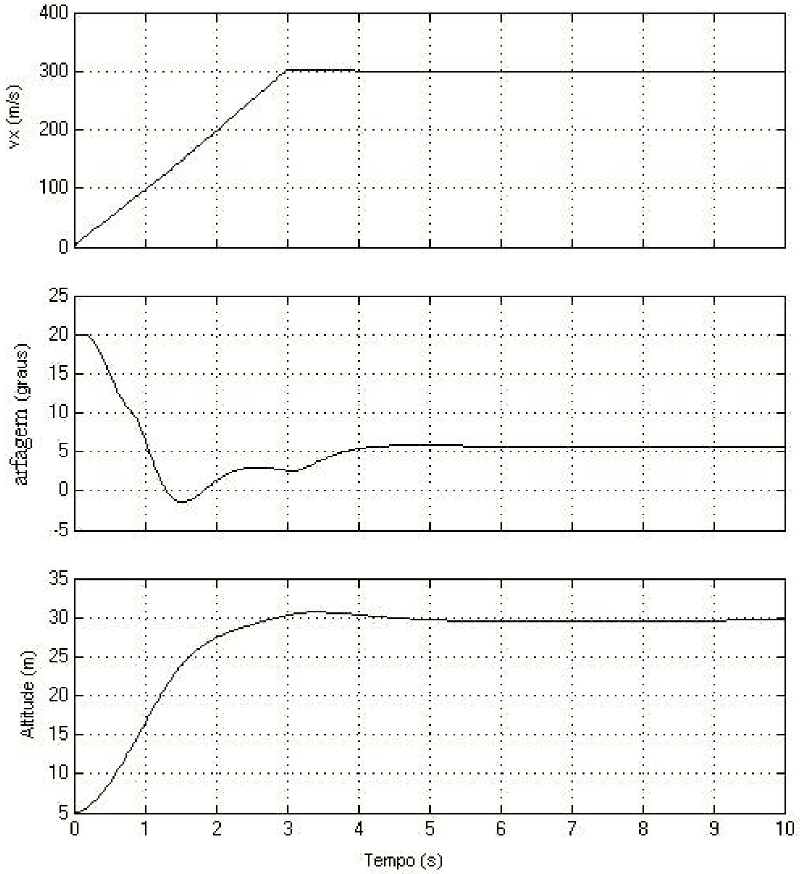


FIGURA 4.5: Resultado da simulação de lançamento do míssil, sob comando de 30m de altitude

Percebe-se da simulação que o sistema com o controlador proposto é extremamente robusto, visto que não só as não-linearidades foram levadas em consideração na si-

mulação, mas também as variações de massa e momentos de inércia são computadas, o que não afetou a qualidade do controle.

A Figura 4.6 apresenta a resposta ao comando para baixar a altitude de 30m para 15m, 15s após o lançamento. Observe-se que, antes de baixar a altitude, o míssil realiza um leve movimento no sentido oposto, subindo ao invés de descer, efeito típico de sistemas de fase não-mínima. De fato, o sistema (4.24) em malha aberta, com a saída sendo a altitude, possui dois zeros instáveis iguais a $2,25 \times 10^{15}$ e 11,25, este último dominante em relação ao primeiro.

Fisicamente, este efeito se explica pelo fato das superfícies de controle estarem localizadas à ré do míssil. Então, ao mover os governos, uma força empurra a traseira para cima fazendo o míssil inicialmente subir, mas ao mesmo tempo reduz o ângulo de arfagem, apontando o nariz do míssil para baixo, o que o faz descer. Desde que o movimento de arfagem seja suficientemente rápido, o movimento de descida se sobressai. Esta condição é conseguida se o coeficiente aerodinâmico dos governos for bem menor que o do míssil como um todo, o que fará com que os governos afetem pouco na força de sustentação. Além disso, é importante que o centro de pressão dos governos esteja bem mais à ré do centro de gravidade que o centro de pressão do míssil completo, gerando um grande braço de alavanca para as superfícies de controle, produzindo torques maiores, que fazem o movimento de arfagem mais rápido.

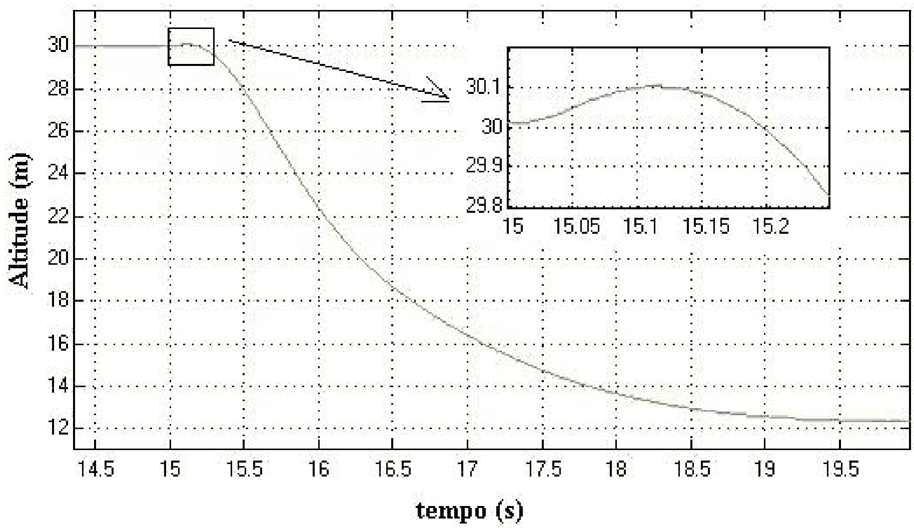


FIGURA 4.6: Resposta do controle de altitude a um comando de descida, mostrando o efeito da fase não-mínima.

Para a parametrização da matriz $D(\nu)$, feita na Seção 2.2, o ângulo de ataque (e de

escorregamento) foi considerado suficientemente pequeno para se fazer a aproximação $sen(\alpha) = \alpha$. A Figura 4.7 mostra os ângulos de arfagem e de ataque num mesmo gráfico, para uma outra simulação de lançamento, em que o míssil é comandado para 30m de altitude e 8s depois para 15m. Esta figura mostra que inicialmente estes ângulos estão desacoplados, mas em seguida seguem uma trajetória juntos, além disso o ângulo de ataque fica na ordem dos 5^0, que permite aproximar a função seno deste ângulo por uma reta, conforme o procedimento adotado na modelagem.

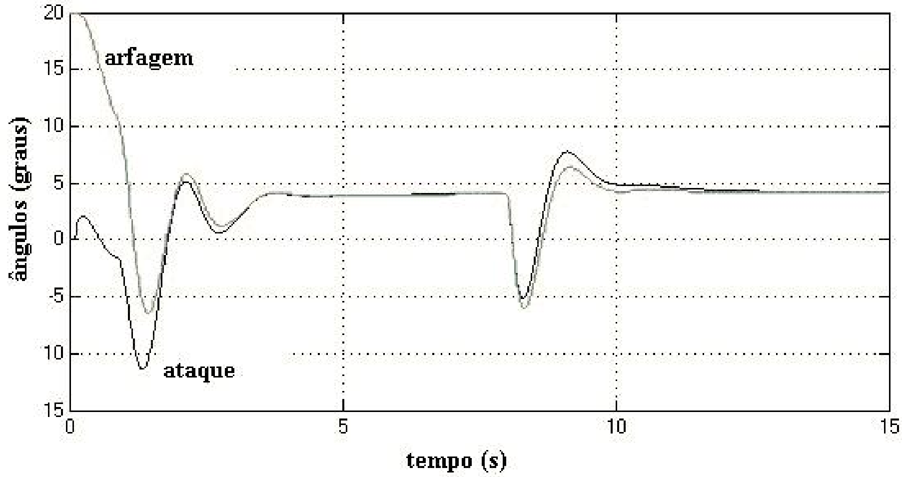


FIGURA 4.7: Ângulos de arfagem e de ataque acoplados.

4.3 Controle de Rolagem

Para que se pudesse simplificar as equações da dinâmica foi necessário considerar o míssil com *a rolagem* estabilizada. Além disso, o radar-altímetro, necessário para o controle preciso de vôo rasante, só funciona com suas antenas apontadas para a superfície do mar. Para garantir esta condição é necessário estabelecer um controle de rolagem do míssil. Alguns mísseis fazem isso de forma passiva, pois possuem massas que giram com o efeito do vento relativo aproveitando-se do efeito giroscópio para gerar essa estabilização. No míssil em estudo este controle precisa ser feito de forma ativa, pois o tempo de vôo, cerca de 3,5 minutos, torna inviável o controle passivo.

As variáveis de estado de interesse neste caso são $x = [\ \Delta\omega_x \quad \Delta\phi_x\ ]^T$. Está-se, portanto, interessado na quarta e décima equações do sistema (4.3), ou seja, nas quartas linhas das matrizes (4.18) a (4.22).

A menos do último elemento da quarta linha da matriz (4.20) ser diferente de zero, não há acoplamento destas variáveis de estados com as demais. Então, se considerar-se $tan(\phi_{0y}\omega_z)$ como uma perturbação, ou que $tan(\phi_{0y})$ seja suficientemente pequeno para ser considerado nulo, facilmente obtém-se o seguinte sistema linear

$$\begin{bmatrix} \Delta\dot{\omega}_x \\ \Delta\dot{\phi}_x \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta\omega_x \\ \Delta\phi_x \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{qS_{ref}b_{ref}C_{M\delta a}}{I_x} \\ 0 \end{bmatrix} \Delta\delta_a \tag{4.26}$$

Atribuindo os valores numéricos dos parâmetros calculados no Capítulo 3, obtém-se

$$\begin{bmatrix} \Delta\dot{\omega}_x \\ \Delta\dot{\phi}_x \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta\omega_x \\ \Delta\phi_x \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 373,8 \\ 0 \end{bmatrix} \Delta\delta_a \tag{4.27}$$

Utilizando-se a função *lqr* do *Matlab*, com $Q = diag([1 \ , \ 100])$ e $R = [10]$, foi possível achar um ganho ótimo igual a $k_x = [0,34 \quad 3,16]$, de modo que em malha fechada o sistema teve seus pólos alocados em -118 e -10. A resposta do sistema (4.27) com condições iniciais $\Delta\omega_{0x} = 0$ e $\Delta\phi_{0x} = 10^0$ está mostrada na Figura 4.8.

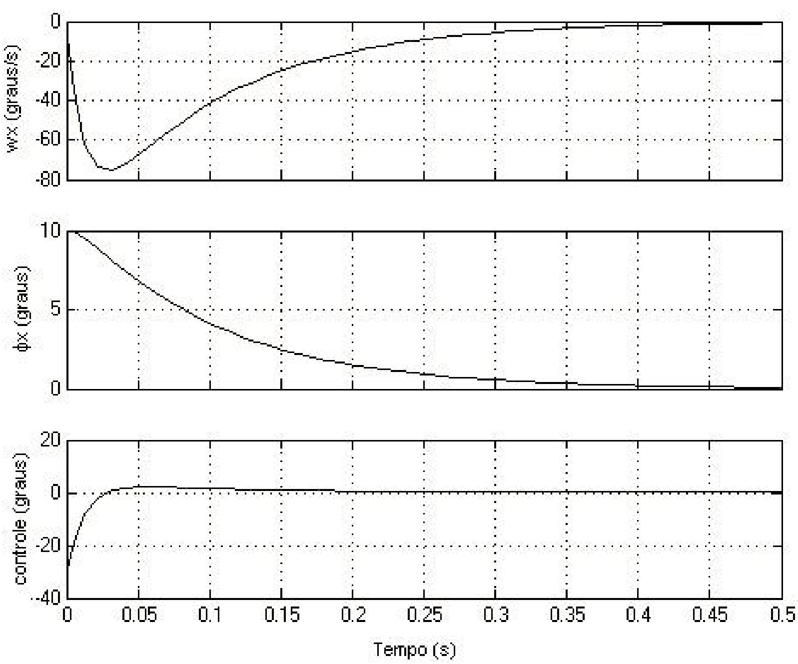


FIGURA 4.8: Resposta do controle de rolagem

O controle e a simulação aplicados aqui não levam em conta possíveis desalinhamentos das superfícies de controle entre outras imperfeições e incertezas. Se estes efeitos forem relevantes, um integrador deve ser adicionado na malha de controle, para

eliminar erros de regime permanente, que seriam causados por estes desalinhamentos.

4.4 Controle Lateral

Foi visto nas seções anteriores que as variáveis de estado de interesse para o controle no plano longitudinal e de rolagem estão desacopladas das demais variáveis. Este mesmo desacoplamento não é observado para as variáveis do plano lateral, $x = [\ \Delta v_y \quad \Delta\omega_z \quad \Delta y \quad \Delta\phi_z\ ]^T$, pois os quarto elementos da segunda linha das matrizes (4.18) e (4.19), são diferentes de zero (acoplamento com o plano de rolagem), bem como o primeiro e o terceiro elementos da segunda linha da matriz (4.20) (acoplamento com o plano longitudinal). É possível eliminar este acoplamento utilizando o ângulo de escorregamento, $\beta \cong v_y/v_x$, como uma das variáveis de estado no lugar de v_y (Franklin et al. 2002). Neste estudo, porém, está-se interessado em controlar o desvio do míssil em relação ao eixo de referência longitudinal, X, ou seja, realizar comando para a linha de visada (*command line-of-sight*). Assim, será buscada outra solução.

O acoplamento com o plano de rolagem pode ser facilmente eliminado levando-se em conta que $v_{0z}\omega_x$ e $gc\phi_{0y}\phi_x$ são nulos na maior parte do tempo, já que o míssil possui estabilização de rolagem ($\omega_x = \phi_x = 0$). Logo, pode-se considerar estes termos como perturbações à aceleração lateral.

Já para o desacoplamento com o plano longitudinal, deve-se eliminar da aceleração lateral (segunda equação do sistema (4.3)), os termos $s\phi_z c\phi_y v_x + s\phi_z s\phi_y v_z$. Substituindo nesta os valores $c\phi_y = \frac{v_x}{V_a}$, $s\phi_y = \frac{v_z}{V_a}$, e $V_a^2 = v_x^2 + v_z^2$, válidos no regime permanente, estes termos podem ser reduzidos a $V_a s\phi_{0z} = v_{0z}$. Assim, pode-se também considerar este termo como uma perturbação à aceleração lateral, retirando-o da equação. Deste modo, o sistema no plano lateral reduz-se a

$$\begin{bmatrix} \Delta\dot{v}_y \\ \Delta\dot{\omega}_z \\ \Delta\dot{y} \\ \Delta\dot{\phi}_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{-\rho S_{ref}\left[C_{D0}v_{0x} + C_{L\alpha}V_a + \frac{C_{DI}v_{0z}^2}{V_a}\right]}{2m} & -v_{0x} & 0 & 0 \\ \frac{-\rho S_{ref}c_{ref}C_{M\alpha}V_a}{2I_y} & 0 & 0 & 0 \\ c\phi_{0z} & 0 & 0 & c\phi_{0z}V_a \\ 0 & 1/c\phi_{0y} & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta v_y \\ \Delta\omega_z \\ \Delta y \\ \Delta\phi_z \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{qS_{ref}C_{L\delta}}{m} \\ \frac{-qS_{ref}c_{ref}C_{M\delta}}{I_y} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \Delta\delta_r \tag{4.28}$$

Substituindo-se os valores dos parâmetros calculados no Capítulo 3, e com $\phi_{0z} = 0$

obtém-se

$$\begin{bmatrix} \dot{\Delta v_y} \\ \dot{\Delta \omega_z} \\ \dot{\Delta y} \\ \dot{\Delta \phi_z} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0.559 & -309.5 & 0 & 0 \\ 0.206 & 0 & 0 & 0 \\ 0.998 & 0 & 0 & 309.5 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta v_y \\ \Delta \omega_z \\ \Delta y \\ \Delta \phi_z \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 17.2 \\ -18.9 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \Delta\delta_r \qquad (4.29)$$

Este sistema possui dois pólos em zero e outros dois iguais a $-0,2798 \pm 7,9866i$. Optou-se por adotar um controlador ótimo, com um integrador no erro de desvio lateral, y. Expandiu-se, então, o sistema ao acrescentar-se o estado do integrador e utilizou-se a função *lqr* do *Matlab*, com $Q = diag([1e8,\ 1e10,\ 2e6,\ 11e2])$ e $R = [1e7]$, encontrando-se o ganho ótimo $K_y =$ [0,318 -33,04 -0,467 -876,3 0,0032]. Estes ganhos alocaram os pólos do sistema expandido em -599, -30,9, -0,01 e $-0.16 \pm 0.16i$.

Utilizando-se ainda o pacote *Aerosim* para *Simulink* foram implementados os três controladores descritos neste capítulo. As figuras de 4.9 a 4.12 apresentam o resultando da simulação de lançamento do míssil comandado para altitude, $h = 30m$, e desvio lateral nulo (comando para linha de visada), a partir de uma plataforma com ângulo de arfagem, $\phi_{0y} = 20^0$, ângulo de marcação inicial nulo mas crescendo a uma taxa de $\omega_{0z} = 5^0/s$, velocidade na longitudinal $v_{0x} = 5$ nós e altitude inicial 5m.

Nesta simulação, os governos são mantidos na posição nula por 0,8 segundo, tempo necessário para o míssil atingir uma velocidade mínima para atuação das forças aerodinâmicas. Aqui também, por meio das equações (4.30) e (4.31), os comandos de governo, $\delta = [\delta_a \quad \delta_e \quad \delta_r]^T$, são distribuídos para as quatro superfícies de controle, $\sigma = [\sigma_1 \quad \sigma_2 \quad \sigma_3 \quad \sigma_4]^T$, cujos ângulo máximos são limitados a 20^0, cada um, e depois retransformados para comandos de governo para, só então, entrarem no bloco de simulação do míssil.

Observe-se que, mesmo diante das não-linearidades e das condições extremas na atitude inicial de lançamento, os três controladores independentes propostos reagem de forma satisfatória, pois estabilizam a atitude e conseguem manter a altitude sobre

controle.

$$\sigma = \begin{bmatrix} 0.2500 & 0.2500 & -0.2500 \\ 0.2500 & 0.2500 & 0.2500 \\ 0.2500 & -0.2500 & 0.2500 \\ 0.2500 & -0.2500 & -0.2500 \end{bmatrix} \delta \tag{4.30}$$

$$\delta = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & -1 & -1 \\ -1 & 1 & 1 & -1 \end{bmatrix} \sigma \tag{4.31}$$

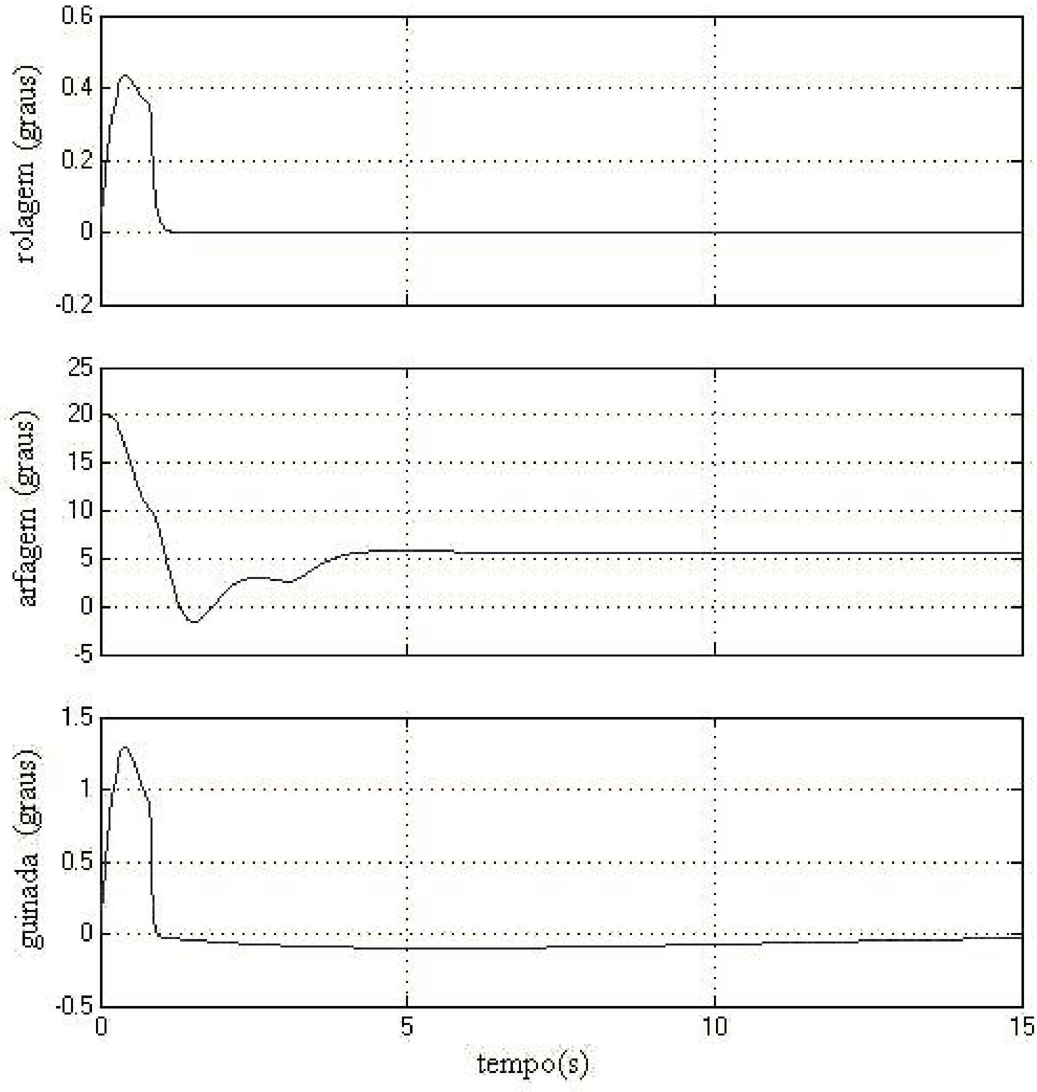


FIGURA 4.9: Estabilização da atitude do míssil após lançamento.

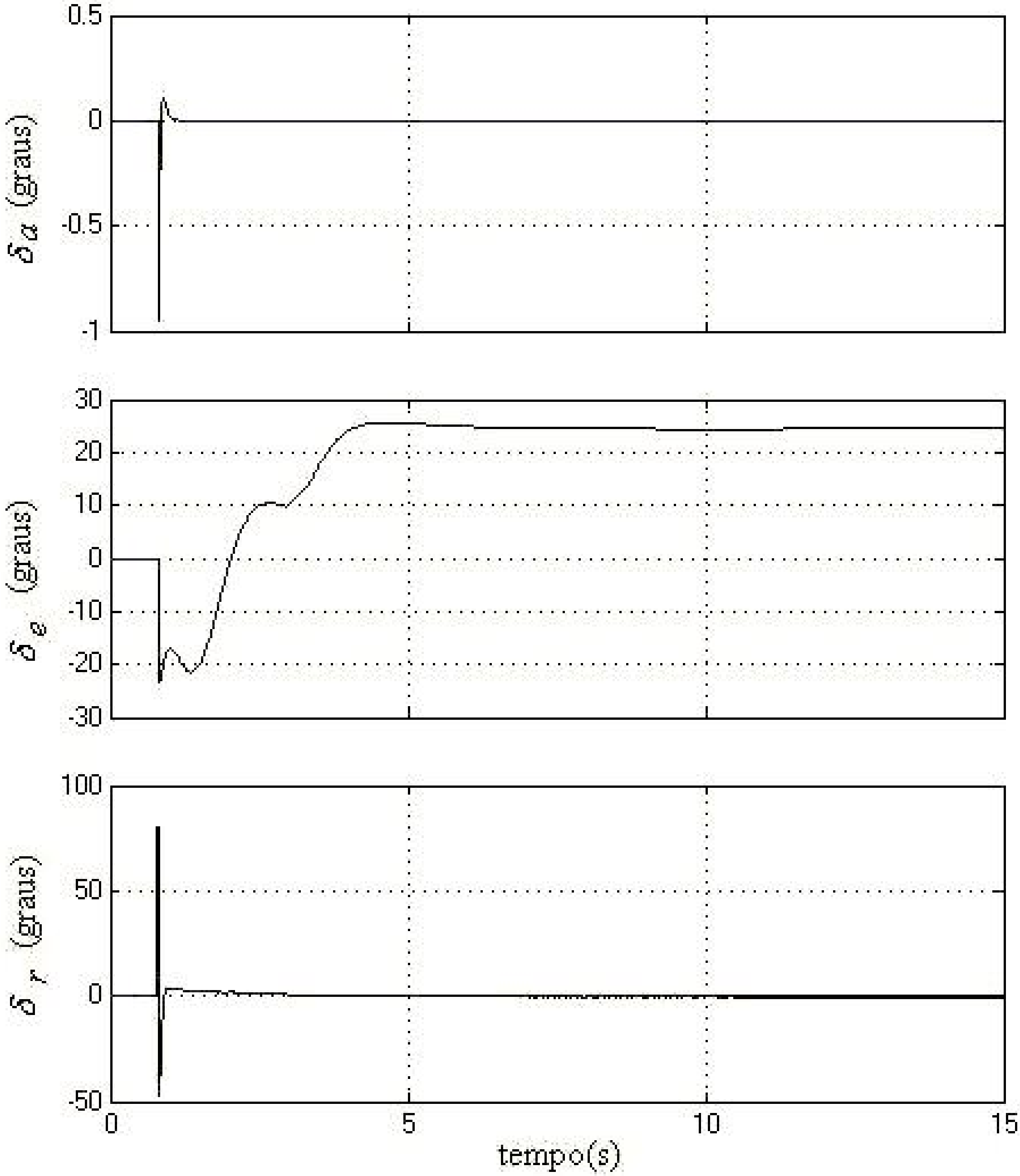


FIGURA 4.10: Demandas de governos

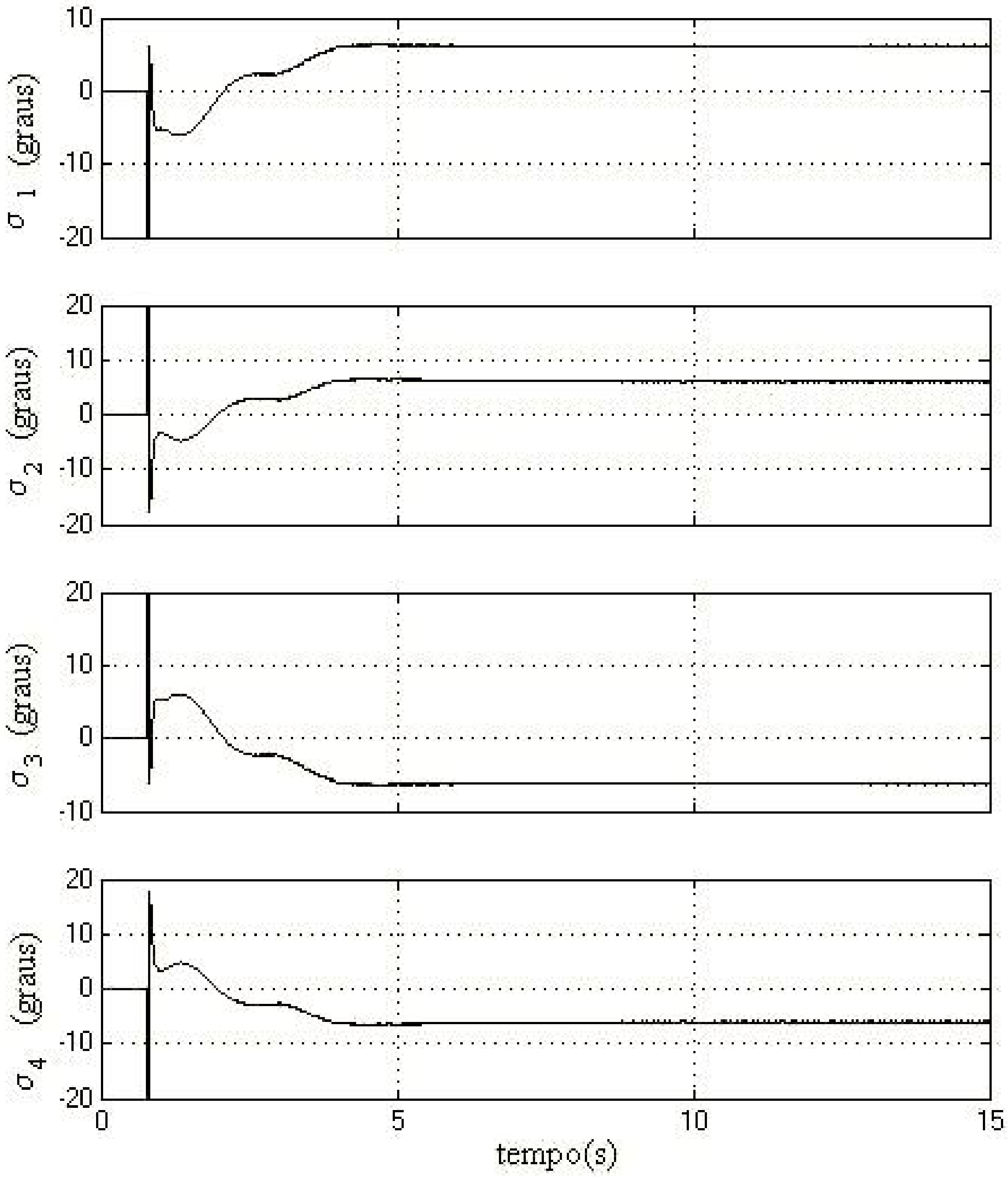


FIGURA 4.11: Posição das superfícies de controle

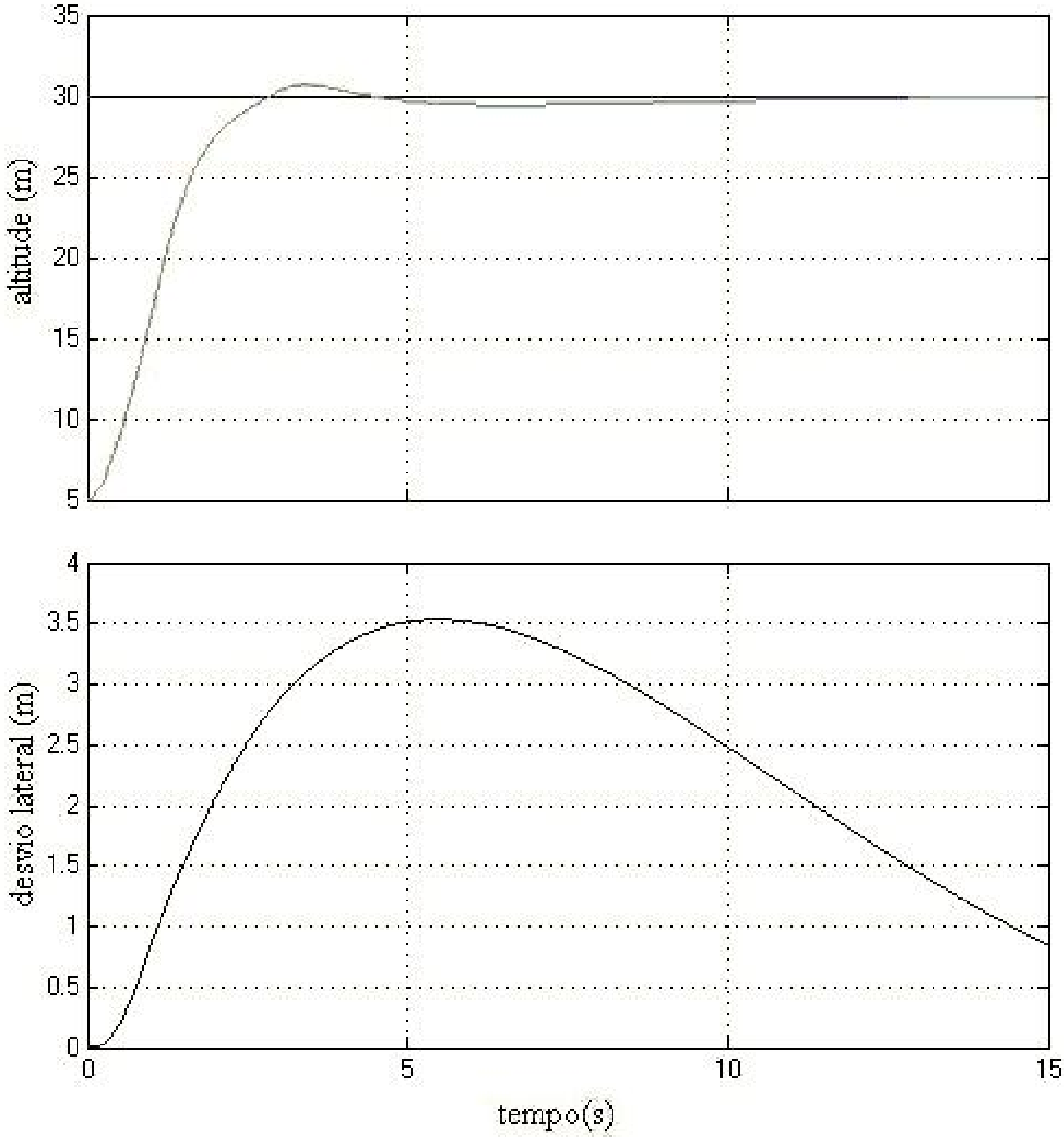


FIGURA 4.12: Grafico da altitude,$-z$, e desvio lateral, y

Capítulo 5

Simulação Hardware-in-The-Loop

Aplicações *Hardware-in-the-Loop* (HIL) são usadas por engenheiros projetistas e de teste para avaliar e validar componentes de veículos durante o desenvolvimento de novos sistemas embarcados, do próprio veículo e de seus subcomponentes. Em vez de testar estes componentes em um sistema completo, HIL permite o teste de protótipos num ambiente em que softwares simulam o resto do veículo e subsistemas. A aplicação desta técnica reduz enormemente os custos, a complexidade e o tempo demandado, enquanto aumenta a flexibilidade e segurança, possibilitando realizar diferentes testes em diferentes cenários, em um ambiente próximo do real. Os componentes físicos sob teste respondem aos sinais simulados como se estivessem operando em um veículo real, já que eles não distinguem entre os estímulos enviados por outros componentes e sinais enviados por softwares executando modelos em um computador.

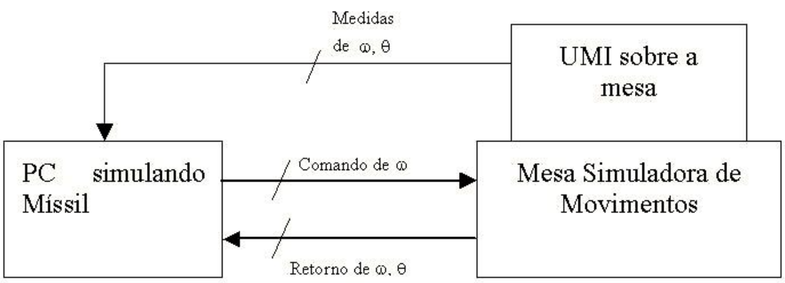


FIGURA 5.1: Diagrama de blocos com os principais componentes físicos da simulação hardware-in-the-loop

Neste trabalho propõe-se uma estrutura HIL para avaliar técnicas de controle da atitude do míssil em estudo, utilizando sensores de medidas inerciais de estado sólido

tipo MEMS (*Micro-Electro-Mechanical System*). A estrutura simula a dinâmica do míssil em um computador com sistema operacional de tempo real. Os movimentos de atitude experimentados pelo míssil serão reproduzidos em uma mesa simuladora de movimentos, onde estará instalado o sensor inercial de atitude. As medidas de posição e velocidade da atitude são, então, realimentadas num controlador discreto sendo executado no computador. Esta estrutura permite avaliar o comportamento do sistema como um todo, tornando possível a otimização dos algoritmos, além de permitir experimentar sensores diversos em uma dinâmica próxima da real, pois inclui interação com efeitos do hardware, como amostragem e quantização de sinais, atrasos de tempo, erros e ruídos dos sensores, etc.

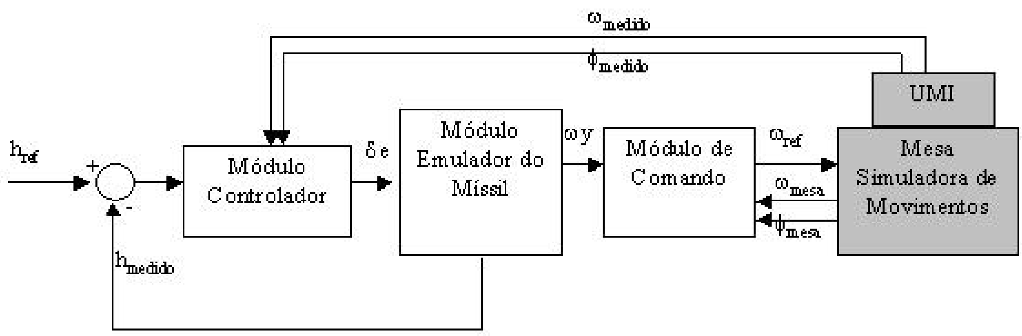


FIGURA 5.2: Elementos da Estrutura HIL implementada

A simulação foi implementada em linguagem C e é executada em um sistema operacional de tempo real (QNX) instalado em um computador pessoal padrão X86. Este computador é conectado, via cabo de rede Ethernet, a uma mesa simuladora de movimentos com dois graus de liberdade. A velocidade do ângulo de arfagem, experimentada pelo míssil em simulação, é comandada à mesa simuladora de movimentos, sobre a qual está afixada à UMI. Este sensor, por sua vez, está conectado à entrada serial do computador, por onde são transmitidas as medidas de posição e velocidade da mesa, que são realimentadas no sistema de controle de atitude do míssil. A figura 5.1 mostra um digrama de blocos com os principais subsistemas da implementação.

A mesa simuladora de movimentos possui um sistema próprio de controle de posição e velocidade, com sensores próprios, o que permite serem utilizados pelo simulador para validar os estados que são impostos à mesa.

A Figura 5.2 mostra os elementos da estrutura implementada, que são descritos nas seções seguintes.

5.1 Mesa Simuladora de Movimentos

A mesa simuladora de movimentos utilizada, vista na foto da Figura 5.3, pertence ao Laboratório de Sistemas Inerciais do Instituto de Pesquisas da Marinha (IPqM). Trata-se de uma mesa cujos sistemas mecânicos e sensores foram produzidos pela empresa Contraves. Ela possui dois graus de liberdade, arfagem e guinada. Cada eixo possui um sensor de velocidade tipo tacogerador e um sensor de posição dividido em dois estágio: um resolver que realiza a medida em escala grossa (*coarse*) e um inductosyn que ajusta a medida na escala mais fina (*fine*).



FIGURA 5.3: Foto da Mesa Simuladora de Movimento utilizada na estrutura HIL

O sistema de controle de posição e velocidade desta mesa foi desenvolvido pelo IPqM e constitui-se num controlador digital PID com atraso-avanço, com taxa de amostragem de 10kHz, implementado em uma placa de computador PC104. Este controlador permite comandar a mesa com velocidades até $999^0/s$, e posição com precisão de até um décimo de milésimo de grau. O amplificador de alimentação dos motores elétricos de acionamento possui uma proteção que desalimenta os motores ao ser solicitado um torque acima do limite operacional da mesa.

A placa PC104 comunica-se com um computador pessoal, via rede Ethernet, onde está implementada uma interface homem-máquina (IHM), vista na Figura 5.4. Esta

interface permite controlar a mesa em quatro modos distintos: controle de posição, controle de velocidade, movimento oscilatório e escravização de velocidade. Nos dois primeiros casos uma posição/velocidade constante, selecionada pelo operador, é imposta à mesa. Também é possível selecionar, no modo de controle de velocidade, o sensor de tacômetro, ou a taxa de variação da posição lida pelo sensor inductosyn. No modo oscilatório, a mesa é posta a acompanhar uma senoide com posição/velocidade de amplitude e freqüência selecionáveis pelo operador. No último caso, o controlador da mesa recebe velocidades de referência de uma entrada analógica.

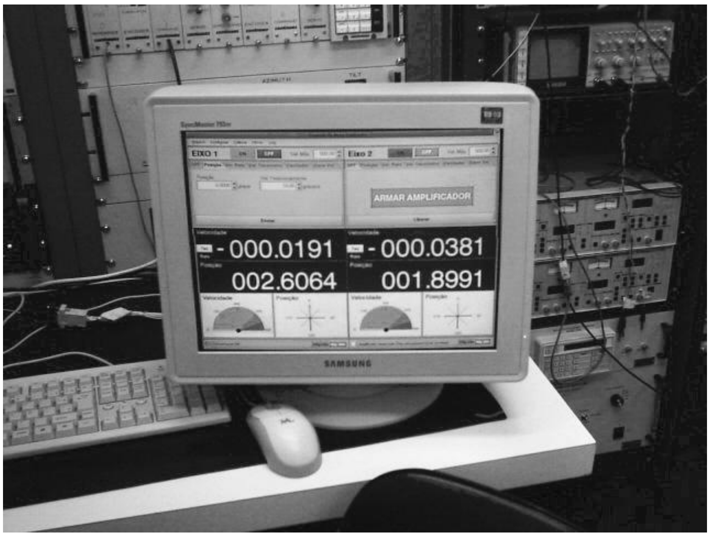


Figura 5.4: Foto da IHM da Mesa Simuladora de Movimentos

O modo de escravização de velocidade seria o ideal para fazer a mesa acompanhar os movimentos do míssil, entretanto, esta opção não disponibilizava as leituras dos sensores de velocidade e posição da mesa, para que se pudesse validar estes sinais. Assim, preferiu-se executar a emulação do míssil no computador da IHM, e utilizar as funções já implementadas para comunicação entre a IHM e a placa PC104. As seguinte funções foram utilizadas para enviar comandos para a mesa e receber as leituras dos sensores:

- *int enviaVELTACOMETRO(int fd, double velocidade, double aceleracao)* - envia mensagem para iniciar o controle por velocidade a partir do sensor tacômetro.

  fd - é o número de identificação (ID) do canal de comunicação;

  velocidade - é a velocidade comandada em graus/s; e

  aceleração - é a taxa de subida da velocidade até atingir o valor comandado.

- *int enviaPOSICAO(int fd, double posicao, double slew)* - envia mensagem para iniciar o controle de posição.

  fd - é o ID do canal de comunicação;

  posicao - é a posição comandada; e

  slew - é a taxa de subida da posição até próximo do valor comandado.

- *int enviaGETDATA(int fd, sensores_t *sens, double velmax, double c_off, double f_off)* - envia mensagem para realizar a leitura dos sensores.

  fd - é o ID do canal de comunicação;

  *sens - é um ponteiro para uma estrutura onde serão escritos os valores lidos pelos sensores da mesa;

  velmax, *c_off* e *f_off* - são utilizadas para calibração dos sensores e foram atribuídos os valores 200, 0 e 0, respectivamente, na simulação HIL.

Foram realizados dois tipos de teste para avaliar a velocidade de resposta da mesa aos comandos a partir da rede Ethernet. No primeiro teste, para avaliar a máxima taxa de subida, foram comandadas senoides com períodos de 5s e amplitudes distintas, a uma taxa de amostragem de 20Hz. Os gráficos da Figura 5.5 mostram as respostas da mesa a este teste. No terceiro gráfico desta figura, a proteção do motor desalimentou por volta dos 3s. Percebe-se desta figura que a mesa tem uma taxa de subida máxima (*slew-rate*) da ordem de $200^0/s$, mesmo estando sendo enviado, pela função $enviaVELTACOMETRO()$, uma taxa de $500^0/s^2$.

Um segundo teste foi realizado para avaliar a máxima taxa de amostragem possível, para envio dos comandos de velocidade. Comandou-se a mesma senoide com amplitude de $180^0/s$, porém com o dobro da taxa, 50Hz. O resultado está mostrado na Figura 5.6. Percebe-se que a taxa de subida reduziu-se com o aumento da taxa de amostragem. Isto se deve ao fato da função $enviaVELTACOMETRO()$ ter sido projetada para o comando de uma velocidade constante a partir da IHM. Ou seja, a função realiza uma inicialização do controlador antes de fornecer a velocidade de comando, gerando atrasos de tempo ao fazer isto.

A Figura 5.7 mostra a velocidade de arfagem resultante de uma simulação de lançamento do míssil, sendo comandada à mesa. Nesta figura percebe-se a incapa-

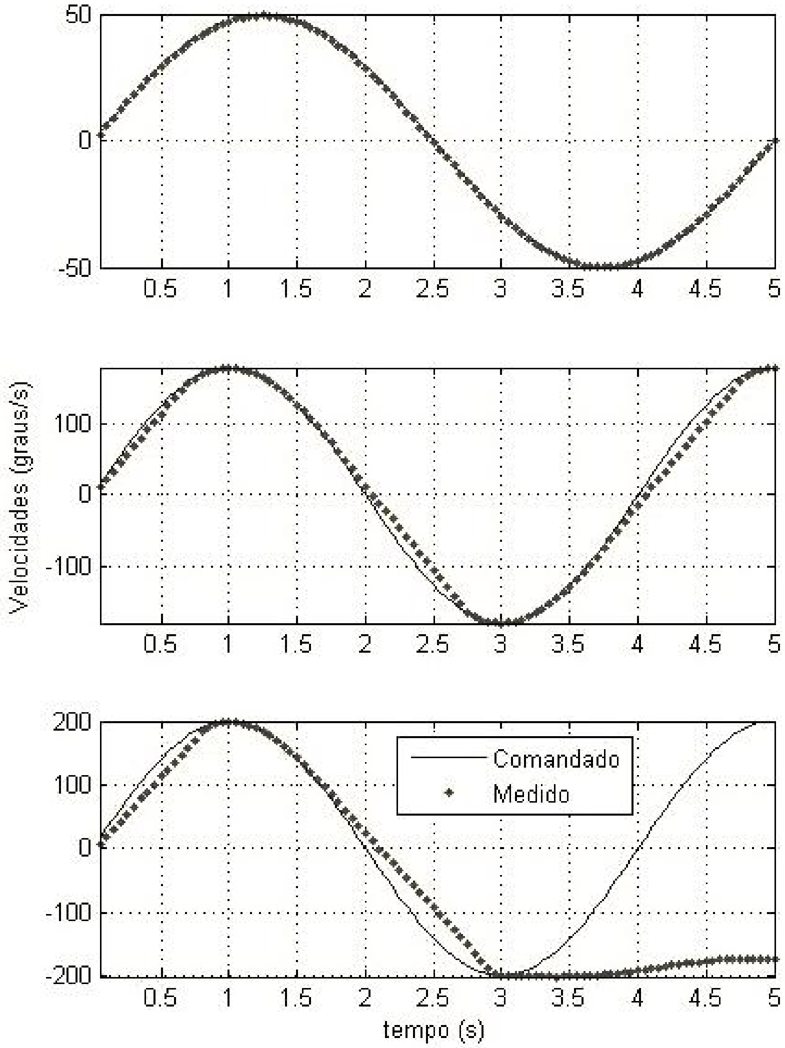


FIGURA 5.5: Velocidade da mesa ao ser comandada senoides na taxa de 20Hz

cidade da mesa em acompanhar movimentos mais rápidos do míssil. Após avaliar estes resultados, resolveu-se sintonizar o controlador do míssil de modo a tornar os movimentos de atitude um pouco mais lentos, permitindo assim que a mesa acompanhasse estes movimentos.

5.2 Programa Emulador do Míssil

Como as simulações mostradas no Capítulo 4 estavam implementadas em *Simulink*, foi desenvolvido um programa na linguagem C, para realizar a simulação da dinâmica do míssil para a aplicação HIL. Este programa foi dividido em módulos que executam as funções: Emulador, Controlador e Comando, conforme apresentados na Figura 5.2

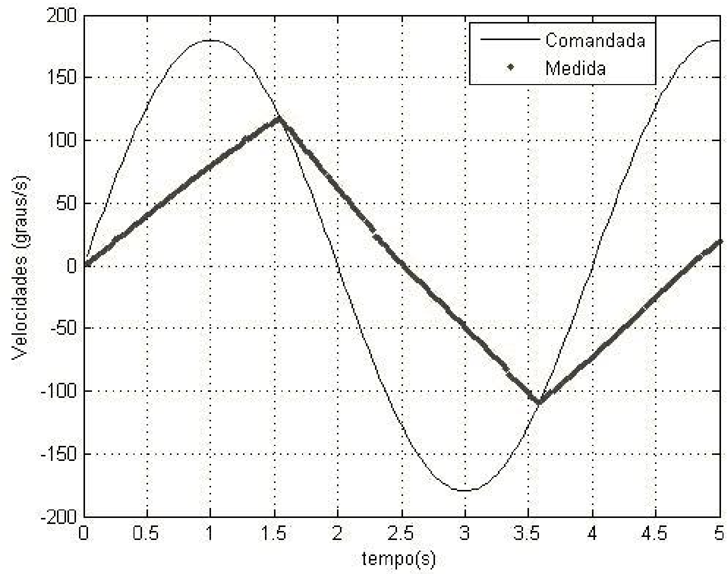


FIGURA 5.6: Resposta da mesa ao comando de uma senoide com taxa de 50Hz

e no fluxograma da Figura 5.8.

O Módulo Emulador realiza a emulação da dinâmica do míssil, conforme as equações calculadas na Seção 2.1.3.

O Módulo Controlador implementa um controlador discreto no plano longitudinal, utilizando medidas de atitude recebidas do sensor inercial (UMI) instalado sobre a mesa simuladora de movimentos, além da altitude, h_{medido}, proveniente do Módulo Emulador.

Por fim, o Módulo Comando, realiza a comunicação com a Mesa, comandando os valores da velocidade de atitude, ω_{ref}, e lendo os sinais oriundos dos sensores da mesa, ω_{mesa} e ϕ_{mesa}.

Para facilitar os testes iniciais e sintonia da estrutura HIL, o fluxograma da Figura 5.8 possui alguns recursos que permitem:

- garantir a operação em tempo real, pois além de um temporizador (*timer*) de tempo real, há um teste de tempo decorrido a partir da leitura do relógio de tempo real do sistema operacional. Se este tempo for superior ao período de amostragem do controlador, é acusado erro;

- esperar a mesa atingir ou aproximar-se da velocidade comandada antes de prosseguir o processamento, bastando para isto reduzir progressivamente a variável

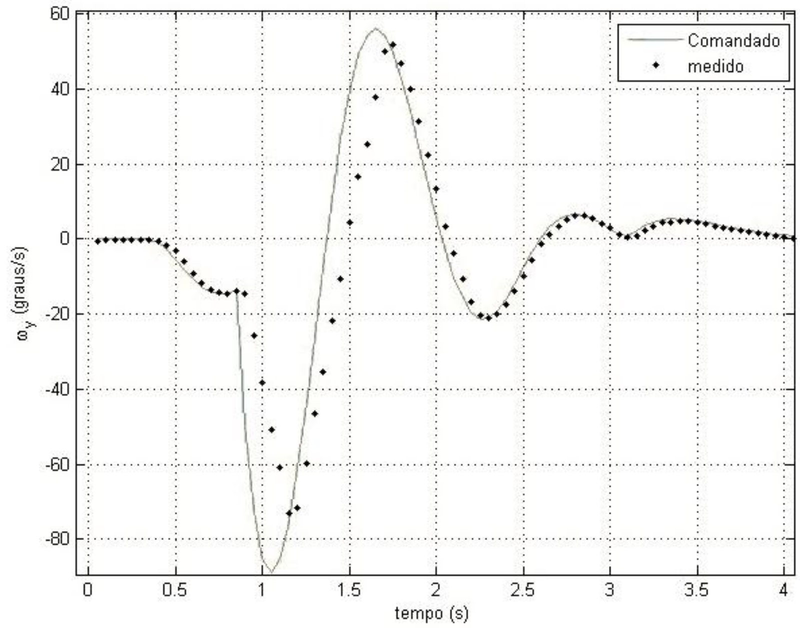


FIGURA 5.7: Simulação da estrutura HIL com realimentação da atitude emulada, mostrando a incapacidade da mesa acompanhar a dinâmica do míssil.

Δv, mostrada no fluxograma, até que o teste de tempo decorrido acuse erro;

- testar a velocidade de processamento, pois reduzindo-se progressivamente o tempo de incremento da iteração do laço "*FOR*", se atingirá um limite em que o teste de tempo decorrido acusará erro; e
- selecionar a realimentação dos sinais de atitude de três fontes distintas, a saber: dos sensores da mesa, ω_{mesa} e ϕ_{mesa}, da UMI, ω_{medido} e ϕ_{medido}, ou diretamente do Módulo Emulador, ω_y e ϕ_y.

Todas as integrações do programa de simulação utilizam o método do trapézio, assim, para que a simulação da dinâmica do míssil se assemelhasse a um sistema contínuo, para os demais subsistemas, o número de iterações do módulo emulador teria que ser bem maior que a taxa de amostragem do controlador discreto. Então, este número de iterações foi escolhido o maior possível (10kHz), em função da velocidade de processamento do computador. Enquanto que a taxa de amostragem do controlador foi escolhida 20Hz, em função da velocidade de transmissão das medidas realizadas pelo sensor inercial. Como este é um controlador discreto, os ganhos foram ligeiramente alterados, em relação ao controlador calculado na Seção 4.2, de modo a permitir uma sintonia que tornasse os movimentos de atitude do míssil mais lentos, de modo a per-

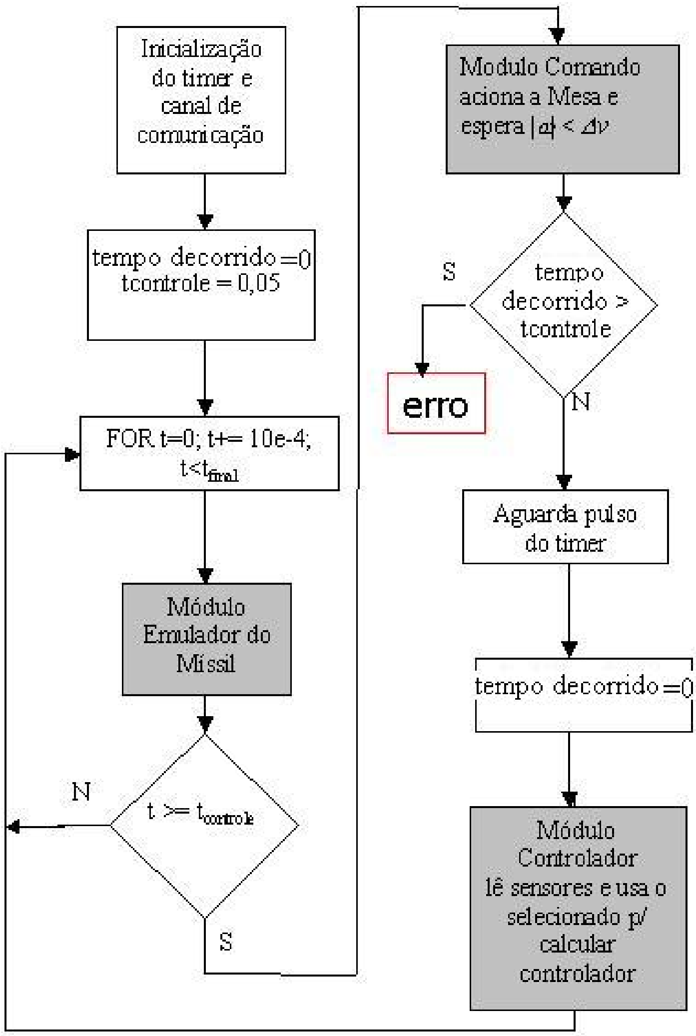


FIGURA 5.8: Fluxograma do programa de simulação hardware-in-the-loop

mitir que a mesa os acompanhasse. Estes ganhos ficaram $k_{\omega_y} = 0,8$, $k_{\phi_y} = 0,5$ e os ganhos do PID foram mantidos.

A Figura 5.9 mostra o resultado da simulação do míssil, realizada pelo Módulo Emulador. Nesta simulação, o míssil é lançado de uma rampa com 20^0 de elevação sendo comandada altitude de 30m. Esta foi a simulação utilizada como padrão para a estrutura HIL.

5.3 Unidade de Medidas Inerciais

A Unidade de Medidas Inerciais utilizada foi a 3DM-G, fabricada pela MicroStrain, que pode ser vista na Figura 5.10. Este sensor possui conjuntos de três girômetros,

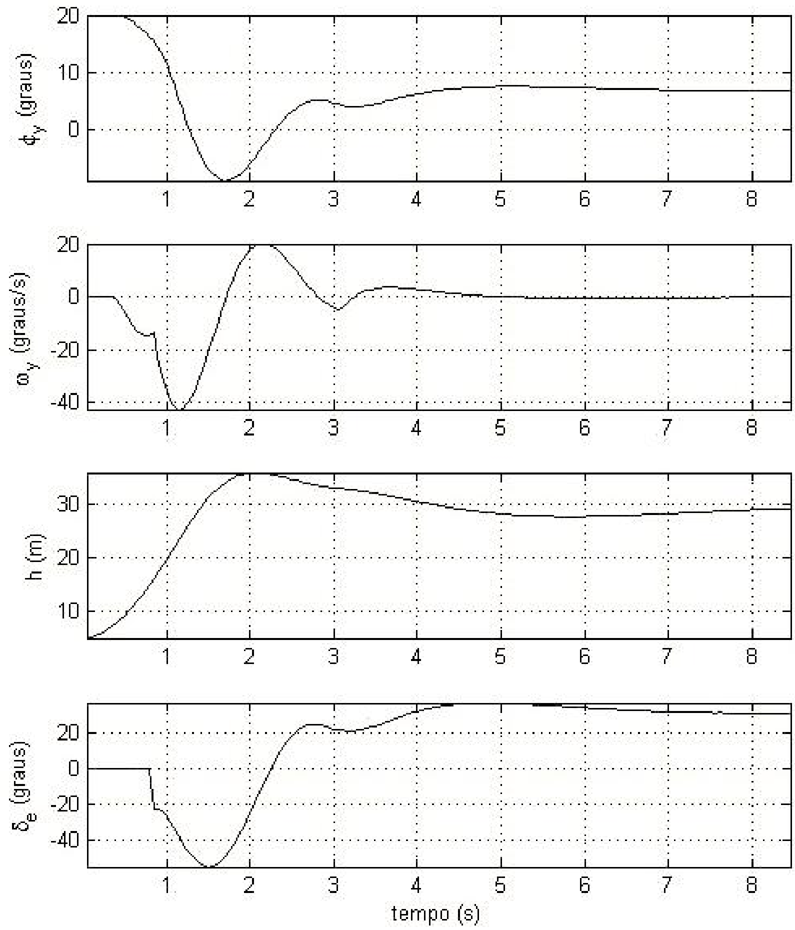


FIGURA 5.9: Simulação do míssil, realizada pelo programa em C

acelerômetros e magnetômetros, cada um alinhado com um eixo ortogonal, além de uma placa de processamento baseada em microcontrolador, que digitaliza e realiza a filtragem dos sinais disponíveis (vide foto interna mostrada na Figura 5.11). O conjunto completo mede 65 x 90 x 25 mm e pesa 76g. Um programa instalado na memória residente (*firmware*) permite a transmissão das medidas, via interface serial, para o computador externo.

Os dados dos sensores estão disponíveis, tanto no estado natural em que são coletados por um conversor analógico-digital (A/D) de 16 bits, quanto após compensados quanto ao *bias* e fator de escala. Os ângulos de Euler da atitude do sensor são estimados pelo *firmware* em função da força da gravidade, medida pelos acelerômetros e do campo magnético da terra, avaliado pelos magnetômetros, e podem ser fornecidos estabilizados pelos giroscópios ou não. Os sensores realizam medidas na seguinte faixa de escala: giros $\pm 300^0/s$; acelerômetros $\pm$5G; e magnetômetros $\pm 1,2$Gauss. A



FIGURA 5.10: Foto da Unidade de Medidas Inerciais 3DM-G

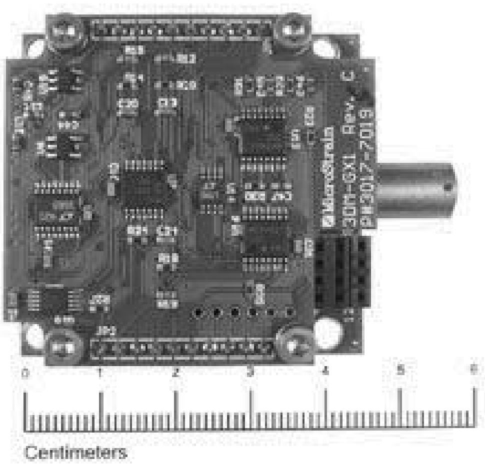


FIGURA 5.11: Detalhe interno a Unidade de Medidas Inerciais

fusão destes três sensores distintos, por um filtro de Kalman interno à UMI, fornece ângulos de atitude com precisão estática de 0,5 grau, e dinâmica de 2^0 rms, segundo informações do fabricante, o que é extremamente pobre para se aplicar em navegação inercial, mas pode ser aplicado como unidade de referência de atitude para sistemas sem grandes exigências dinâmicas. Além disso, como os acelerômetros são utilizados na estimação da atitude da UMI, acelerações lineares de longa duração (30s, de acordo com o fabricante) acarretam erros nas medidas destes ângulos de atitude, que podem ocorrer por exemplo durante uma guinada de um veículo aéreo ou durante a aceleração de largada de um automóvel, por exemplo.

Antes de todas as simulações HIL realizadas, os giros eram submetidos a um procedimento de captura dos *bias*, utilizando uma rotina própria do sensor. Este procedimento é realizado ao ser enviado ao sensor o comando 0x06 (06 na base hexadecimal),

enquanto o mesmo é mantido imóvel, em qualquer posição, por cerca de 5s.

Ao ser enviado o comando 0x31, o sensor envia um conjunto de 23 bytes, contendo as medidas dos ângulos de Euler estabilizados pelos giros, as acelerações e as velocidades angulares, além de uma indicação do valor do relógio interno e dois bytes de verificação da soma (checksum). Somente foram utilizadas as medidas de posição e velocidade angulares em torno do eixo y.

A cada movimento de arfagem que a mesa realiza, a componente de velocidade que é percebida pelo sensor em torno do eixo y, depende do alinhamento da UMI com a mesa. Como a precisão destes sensores não é tão rígida, não se teve nenhuma precaução especial quanto ao alinhamento do sensor sobre a mesa. Este procedimento fez com que as medidas de atitude apresentassem erros de *offset* da ordem de 2^0, quando comparadas com as medidas tomadas pelos sensores da mesa inercial, conforme pode ser visto na Figura 5.12. Também não se teve a preocupação de posicionar o sensor sobre o eixo de giro da mesa, de modo que forças centrífugas agiriam também nos sensores, principalmente os acelerômetros, resultando em erros de medidas em situação dinâmica.

5.4 Resultados

A Figura 5.13 mostra o resultado da simulação ao se realimentar os sinais de atitude do módulo emulador, enquanto a Figura 5.14 mostra a simulação com o sensor inercial realimentado. Nota-se, comparando estas figuras, o aparecimento de pequenas oscilações logo após 3s, ao se utilizar as medidas da UMI. Este instante de tempo é quando termina a queima do propulsor de aceleração e inicia-se a do cruzeiro, havendo portanto, uma descontinuidade brusca das forças que agem no míssil, o que gera movimentos rápidos no corpo, demandando respostas também rápidas do sensor e do controlador para manter a estabilidade. Neste momento, portanto, percebe-se claramente, os efeitos da dinâmica do corpo interferindo na resposta do sensor de atitude. Mesmo com este efeito, decorrente da introdução de erros de posicionamento do sensor sobre a mesa, *offset*, ruídos, atrasos e outros efeitos práticos, o controlador não perde a estabilidade, mantendo a altitude de em vôo rasante.

A avaliação dos resultados da simulação hardware-in-the-loop permitiu fazer as

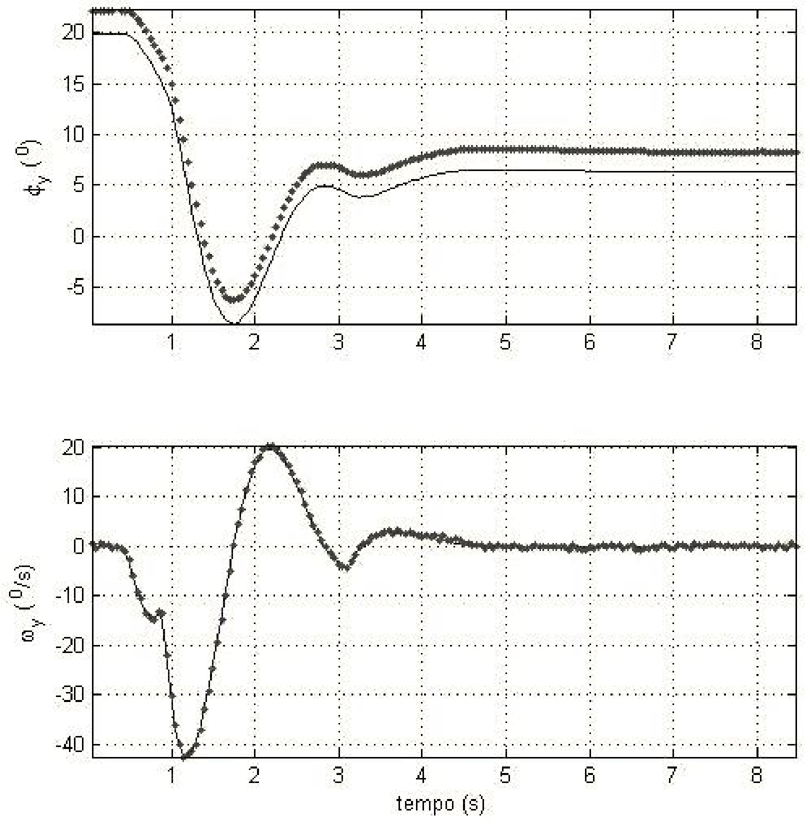


FIGURA 5.12: Comparação entre os valores de posição e velocidade medidos pelo sensor da mesa e pelo sensor inercial

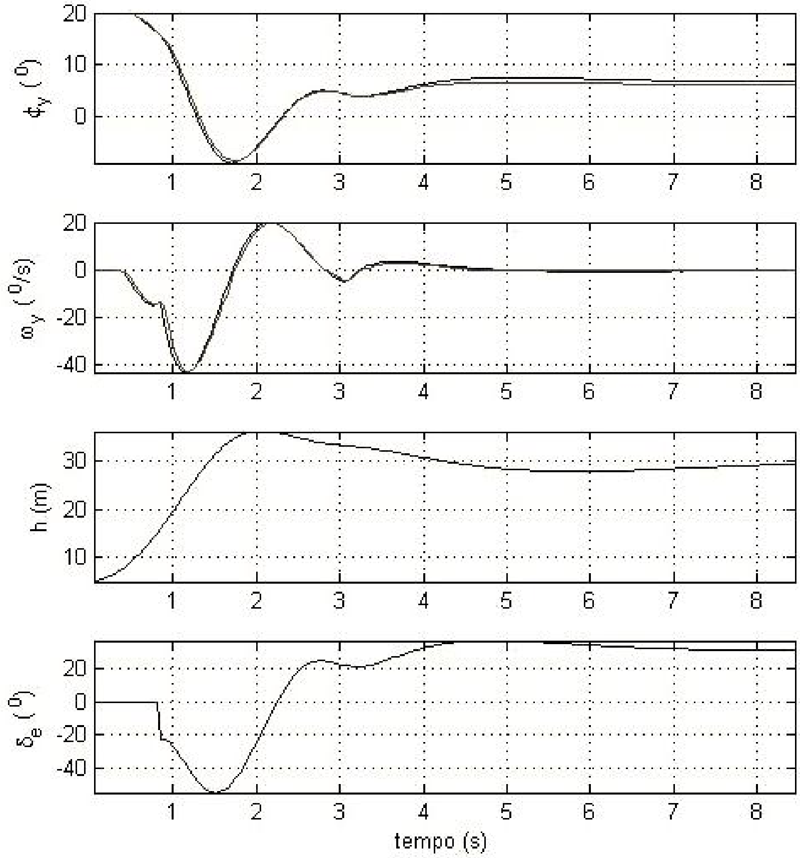


FIGURA 5.13: Resultado da simulação HIL com realimentação dos sinais medidos pelos sensores da mesa

seguintes observações:

- A comparação da simulação com medidas tomadas a partir de sensores diferentes, tornou possível visualizar os efeitos da dinâmica interferindo na precisão do sensor inercial.

- Como os sensores inerciais, como a UMI utilizada, têm sua precisão afetada pela dinâmica do veículo, a utilização de uma estrutura HIL possibilita a avaliação da aplicação deste tipo de sensor para o veículo de interesse, e a eficácia do controlador na rejeição destas perturbações decorrentes de erros de medida.

- Apesar das imperfeições intrínsecas dos MEMS, a possibilidade de utilizar sensores desta natureza traz inúmeras vantagens como: o baixo custo, pequenas dimensões físicas e reduzida instrumentação adicional para funcionamento, o que justifica a investigação da aplicabilidade de sensores desta natureza em sistemas diversos.

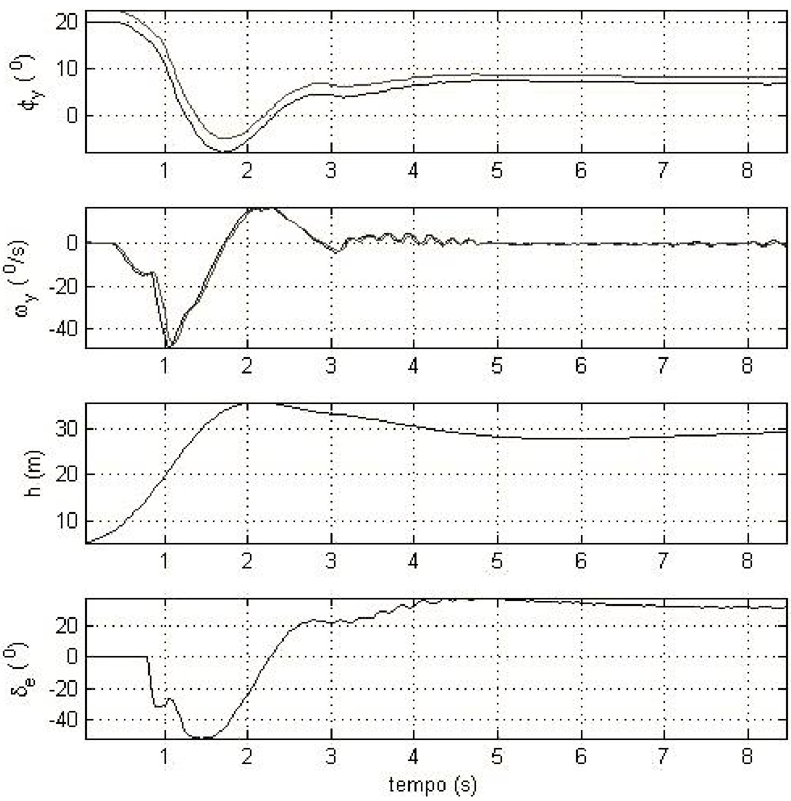


FIGURA 5.14: Resultado da simulação HIL com realimentação dos sinais medidos pelo sensor inercial

- Tanto o sensor quanto do controlador utilizados demonstraram-se eficazes pois manteve-se a altitude de vôo rasante.
- A estrutura HIL implementada é mais adequada para avaliação de veículos com dinâmicas mais lentas, como um Veículo Aéreo Não-Tripulado (VANT).

Entretanto, a mesa e o sensor inercial foram levados ao limiar da sua dinâmica pois:

- o controlador teve que ser sintonizado para o míssil realizar movimentos mais lentos para que a mesa pudesse acompanhá-los; e
- o surgimento de oscilações ao se realimentar as medidas tomadas no sensor inercial indica a possibilidade de haver pólos próximos da instabilidade na malha de controle.

Como recomendações para aplicações futuras desta estrutura HIL, sugere-se a implementação de uma nova função para controle de velocidade da mesa, tal que não se reinicialize o controlador, toda vez que for recebida uma mensagem de comando de

velocidade, permitindo assim aumentar as taxas de comando da mesa, o que tornaria a simulação mais realista do ponto de vista do sensor inercial.

Sugere-se também a implementação do controle lateral no outro eixo da mesa, de modo a tornar a dinâmica mais completa.

Capítulo 6

Discussão e Conclusões Gerais

Foi considerado o problema do controle de vôo rasante à superfície do mar de um míssil antinavio.

Um modelo dinâmico, com seis graus de liberdade, de um míssil com superfícies de controle na cauda foi apresentado. Este modelo considerou os principais efeitos da aerodinâmica, bem como da variação de massa do corpo em função da queima do grão propulsor.

Foi proposta uma metodologia para a determinação dos parâmetros aerodinâmicos do modelo, baseada em fórmulas semi-empíricas obtidas em ensaios em túnel de vento. O míssil Exocet MM40 foi escolhido como estudo de caso, tendo sido calculados seus coeficientes aerodinâmicos, que serviram de base para as simulações.

Um autopiloto para controle de vôo rasante foi implementado, baseado no modelo linearizado em torno de uma região de trabalho, o qual mostrou-se bastante robusto, pois funcionou eficazmente mesmo diante das não-linearidades e variância no tempo do sistema, estabilizando a atitude, em simulações realizadas no ambiente Matlab, utilizando blocos pré-definidos do Simulink, o que também validou o modelo proposto.

Foi também implementada uma estrutura *hardware-in-the-loop*, utilizando medidas reais obtidas de uma UMI de estado sólido, a qual pode ser aplicada à análise de algoritmos de controle e subsistemas de veículos aéreos não-tripulados, como o que está em desenvolvimento atualmente na Marinha.

Como proposição para trabalhos futuros, sugere-se:

- Testar outras técnicas de controle como linearização por realimentação, modos

deslizantes, e escalonamento de ganho (*gain scheduling*);

- Adicionar a dinâmica de outros subsistemas no modelo, como dos atuadores de governo;
- Investigar os efeitos de desalinhametos das superfícies de controle, do propulsor, desbalanceamento das massas e incertezas dos parâmetros para os controladores; e
- Utilizar representação por quaternion, de modo a permitir aplicações a mísseis que atingem ângulos de arfagem maiores, com em lançamento vertical ou ataque do tipo *pop-up*.

Apêndice A

Figuras e Gráficos em Maior Escala

Nas páginas que seguem estão impressas, em maior escala, as fotos utilizadas para estimar as dimensões físicas de um típico míssil antinavio, que foram usadas na definição do míssil deste estudo. Os arquivos originais das figuras foram abertos em um editor de desenho tipo CAD, ampliadas até o tamanho de uma folha A4 e utilizados como pano-de-fundo para que fossem tomadas as medidas que estão em cotas nas figuras. Também estão aqui as figuras contendo os *Data Sheets Wings* em maior escala, utilizados para validar os coeficientes aerodinâmicos.



Figura A.1: Foto de lançamento de um míssil antinavio, utilizada para estimar suas medidas longitudinais.



FIGURA A.2: Esquema desenhado sobre a foto do míssil, utilizado para estimar as dimensões longitudinais que estão em cota.

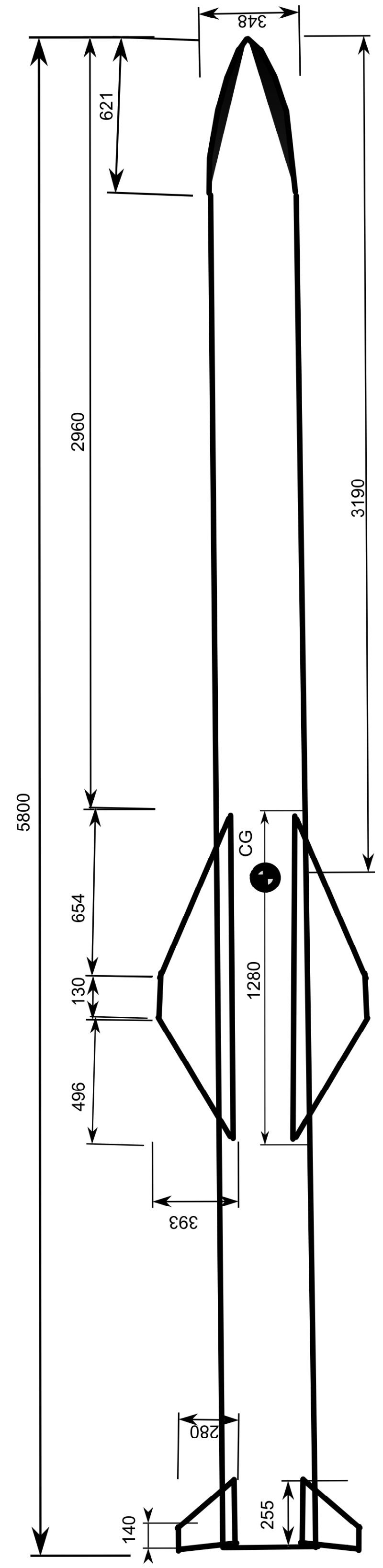


Figura A.3: Desenho do míssil em escala, obtido a partir da foto

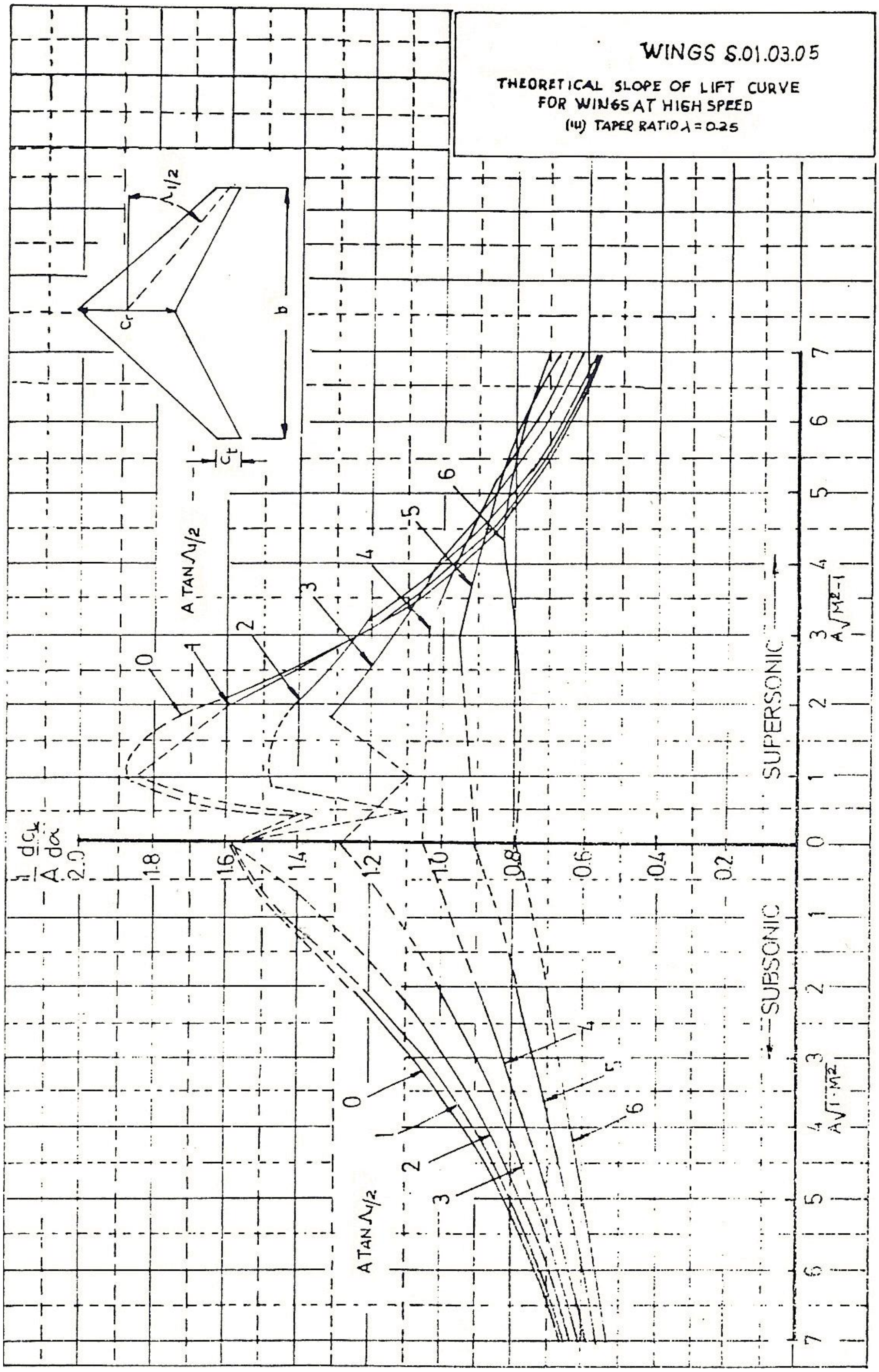


FIGURA A.4: *Data Sheet* utilizado para calcular o coeficiente aerodinâmico de sustentação das asas e governos do míssil

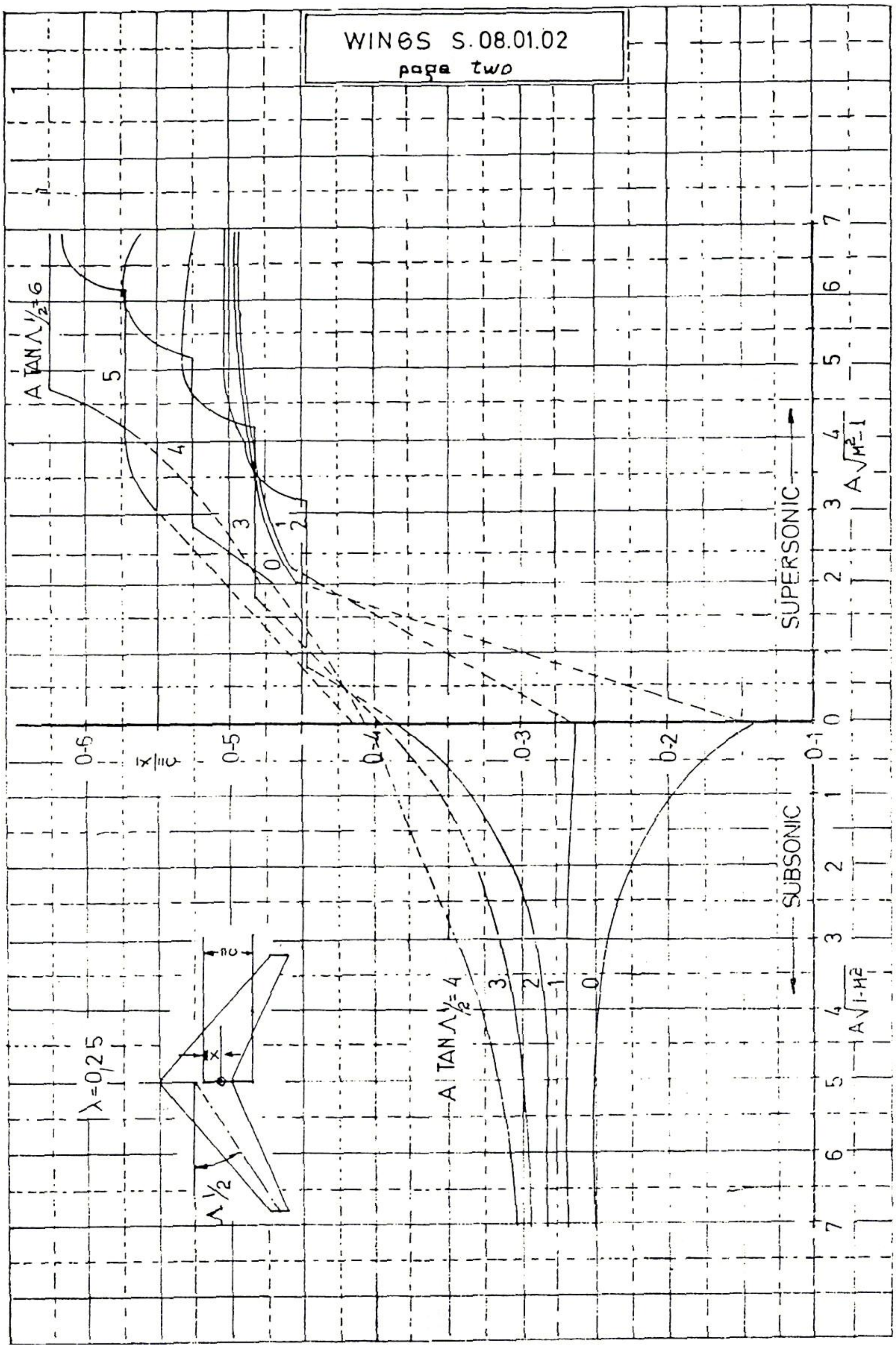


FIGURA A.5: *Data Sheet* utilizado para calcular o centro de pressão das asas e governos do míssil

Bibliografia

AeroSim (2007), *Aeronautical Simulation Blockset. Unmanned Dynamics. User's Guide*, www.u-dynamics.com. Version 1.1.

Angel, C. (1984), Apostilla de aerodinamica y dinamica de misiles. Ejercito Argentino. Escuela Superior Tecnica. Curso de Armamento.

Choi, J. Y. & Chwa, D. (2000), Adaptive control based on a parametric affine model for tail-controlled missiles, *in* 'Proceedings of the 39th IEEE', Conference on Decision and Control, Sydney, Australia, pp. 1471–1476.

Chwa, D. & Choi, J. Y. (2000), New parametric affine modeling and control for skid-to-turn missiles, *in* 'Proceedings of the American Control Conference', Chicago, Illinois, pp. 1339–1343.

Das, A., Garai, T., Mukhopadhyay, S. & Patra, A. (2004), Feedback linearization for a nonlinear skid-to-turn missile model, *in* 'IEEE India Annual Conference 2004', Indian Institute of Technology, Kharagpur 721302, pp. 314–317.

Devaud, E., jean Philippe Harcaut & Siguerdidjane, H. (2001), 'Three-axes misile autopilot disign: From linear to nonlinear control strategies', *Journal of Guidance, Control, and Dynamics* **24**(1).

EADS-MBDA (2007), 'Naval-based systems', www.eads.net /1024/en/gallery/ds/mbda/navalbased.html. Consultado em 21/jun/2007.

Fossen, T. I. (1994), *Guidance and Control of Ocean Vehicles*, John Wiley & Sons Ltd, Chichester, England.

Franklin, F. G., Powell, J. D. & Enami-Naeini, A. (2002), *Feedback Control of Dynamic Systems*, 4 edn, Prentice Hall.

GlobalSecurity (2007), 'Exocet am39/mm40 specification', www.globalsecurity.org /military/world/europe/exocet-specs.htm. Consultado em 21/jun/2007.

Hoerner, S. F. (1965), *Fluid-dynamic drag; practical information on aerodynamic drag and hydrodynamic resistance*, Hoerner Books, Midland Park, N.J. Citado em (Angel 1984).

MBDA-Systems (2007), 'Exocet mm40 block 2 - surface-to-surface anti-ship missile system', www.mbda-systems.com. Consultado em 15/jun/2007.

MissileThreat (2007), 'Mm-40 exocet', www.missilethreat.com/cruise. Consultado em 15/jun/2007.

Munk, M. M. (1924), The aerodynamic forces on airships hulls, NACA Technical Note 184, National Advisory Committee for Aeronautics, NASA Langley Research Center. http://naca.larc.nasa.gov.

Nielsen, J. N. (1960), *Missile Aerodynamics*, MacGraw-Hill, New York.

Pitts, W. C., Nielsen, J. N. & Kaattari, G. F. (1957), Lift and center of pressure of wing-body-tail combination at subsonic, transonic, and supersonic speeds, NACA Thecnical Report 1307, National Advisory Committee for Aeronautics, NASA Langley Research Center. http://naca.larc.nasa.gov.

Polhamus, E. C. (1949), A simple method of estimating the subsonic lift and damping in roll of sweptback wings, NACA Technical Note 1862, National Advisory Committee for Aeronautics, NASA Langley Research Center. http://naca.larc.nasa.gov.

Rugh, W. J. & Jackson, P. B. (2007), Analysis of gain scheduling for the three-loop autopilot structure, Technical report, Johns Hopkins University. http://citeseer.ist.psu.edu/394337.html. Consultado em 15/jun/2007.

Schlighting, H. & Gersten, K. (2000), *Boundary Layer Theory*, 8th edn, Ruhr-Universität Bochum, Institut für Themo-und Fluidmechanik. Universitätsstrasse, 44801, Bochum, Germany. Citado em (Angel 1984).

Sciavicco, L. & Siciliano, B. (2002), *Modelling and Control of Robot Manipulator*, 2 edn, London: Springuer.

Shamma, J. S. & Cloutier, J. R. (1993), 'Gain-scheduled missile autopilot design using linear parameter varying transformations', *Journal of Guidance, Control, and dynamics* **16**(2), 256–263.

Thomson, W. T. (1986), *Introduction to Space Dynamics*, Dover Publications Inc., New York.